

Moti circolari piani

un corpo e' in *moto circolare* se la *traiettoria* che percorre e' una circonferenza

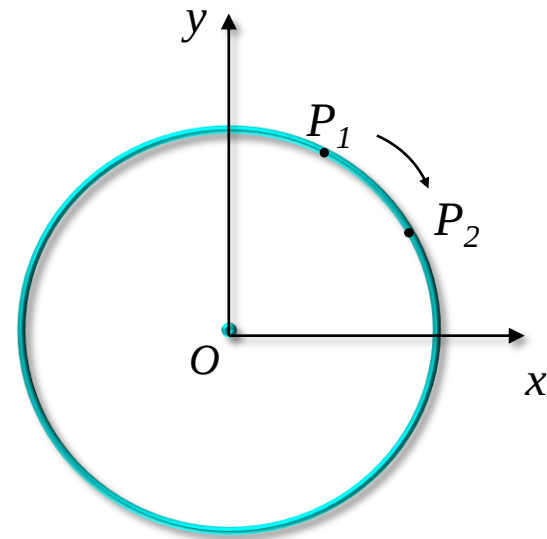
in generale durante un moto circolare **qualsiasi**

sia il modulo, che la direzione ed il verso

della velocita' istantanea possono cambiare nel tempo

quindi in generale :

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{dv}{dt} \hat{t} + v \frac{d\vartheta}{dt} \hat{u}_c$$



Moto circolare uniforme

se il moto circolare fosse uniforme il modulo della velocità

non cambierebbe nel tempo $\Rightarrow |\vec{v}| = v = \text{costante} \Rightarrow \frac{dv}{dt} = 0$

quindi l'accelerazione tangenziale sarebbe nulla

ne consegue che
$$\vec{a} = v \frac{d\vartheta}{dt} \hat{u}_c$$

➤ l'accelerazione che si ha nel **moto circolare uniforme** è solamente **centripeta**

Attenzione: anche il moto circolare uniforme e' un *moto* accelerato

perche' il vettore $\vec{v}$ e' comunque e sempre *tangente* alla traiettoria

quindi la velocita' istantanea anche se non cambia di modulo

cambia di continuo *direzione e verso*

ma in un moto circolare uniforme l'unica accelerazione presente

e' quella centripeta ecco perche' questo tipo di moto si presta bene

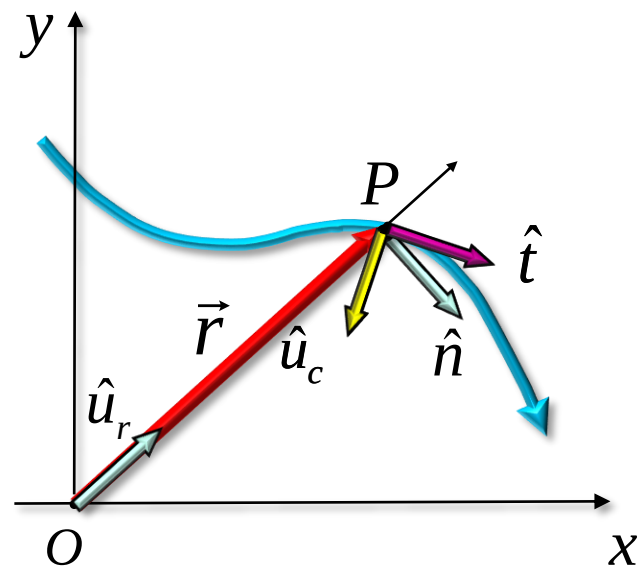
a studiarne le caratteristiche

Direzione e verso dell' accelerazione centripeta

Nota bene: in caso di moto circolare

la direzione di $\hat{u}_c$ e' la stessa del versore $\hat{r}$

→ $\hat{u}_c$ e' il versore perpendicolare a $\hat{t}$
ma $\hat{t}$ e' sempre tangente alla traiettoria
quindi lungo una traiettoria circolare
sara' sempre perpendicolare ad $\hat{r}$

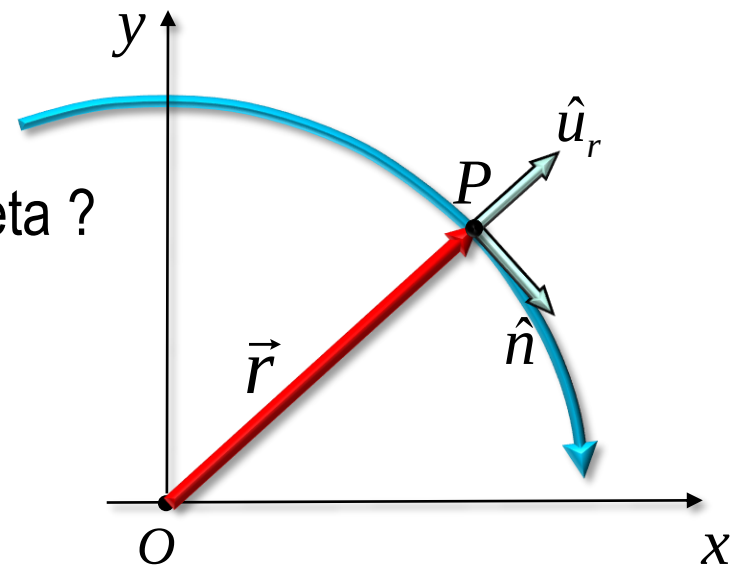


ma quale sara' il verso dell' accelerazione centripeta ?

verso uscente da $O \rightarrow \hat{u}_c \equiv \hat{r}$

verso entrante in $O \rightarrow \hat{u}_c \equiv -\hat{r}$

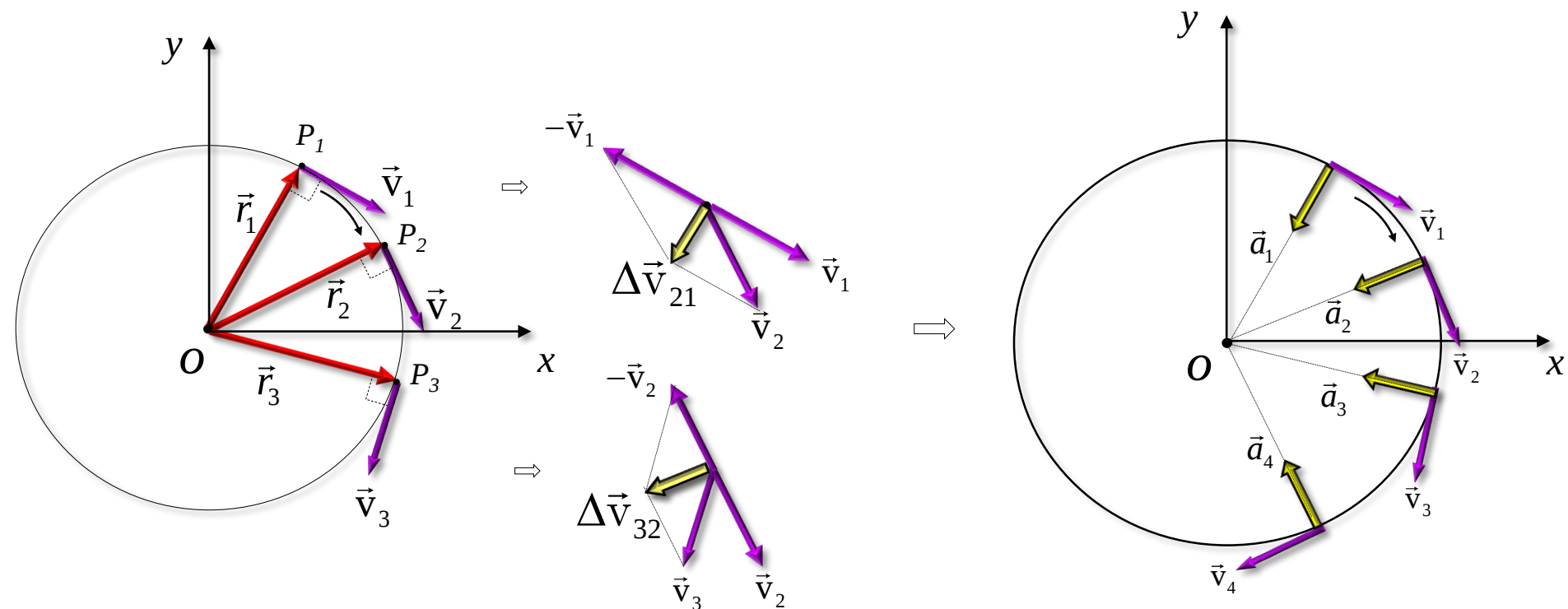
Risposta: $\hat{u}_c = -\hat{r}$



per convincersene graficamente basta ricordare che per definizione :

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

$$\Delta \vec{v} = \vec{v}(t_2) - \vec{v}(t_1) = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$$



l' accelerazione centripeta punta sempre verso il centro della circonferenza
e mai verso l'esterno → non esiste l'accelerazione centrifuga !

in un qualsiasi cerchio si ha : $s = r\vartheta$



derivando rispetto al tempo

$$\frac{ds}{dt} = \vartheta \frac{dr}{dt} + r \frac{d\vartheta}{dt}$$



lungo una traiettoria circolare

il raggio r e' costante $\Rightarrow \frac{dr}{dt} = 0$

$$\frac{ds}{dt} = r \frac{d\vartheta}{dt}$$



$$\frac{d\vartheta}{dt} = \frac{1}{r} \frac{ds}{dt}$$



ma $\frac{ds}{dt} = v$

$$\frac{d\vartheta}{dt} = \frac{v}{r}$$



si era trovato che $\vec{a} = v \frac{d\vartheta}{dt} \hat{u}_c$
 $\Rightarrow \vec{a} = v \frac{v}{r} \hat{u}_c$

in conclusione :

$$|\vec{a}_c| = a_c = \frac{v^2}{r}$$

riepilogando le caratteristiche della componente centripeta dell'accelerazione sono :

- la *direzione* della accelerazione centripeta e' quella congiungente ogni generico punto della traiettoria al centro della circonferenza
- il *verso* e' sempre quello che punta verso il centro della circonferenza
- il *modulo* dell' accelerazione centripeta (a_c) e' pari al quadrato del modulo della velocita' istantanea diviso per il raggio r (ρ) della circonferenza

$$\left| \vec{a}_c \right| = a_c = \frac{v^2}{r} \quad \text{o anche} \quad \left| \vec{a}_c \right| = a_c = \frac{v^2}{\rho}$$

Backup slides