

Esercizio 1)

Un punto materiale di massa m possiede un'accelerazione data dall'espressione

$$\vec{a} = \frac{1}{m} \left[(\beta - 2\alpha xy^2 z^2) \hat{i} - 2\alpha x^2 yz^2 \hat{j} - 2\alpha x^2 y^2 z \hat{k} \right]$$

Se nel punto P di coordinate $(0,1,1)$ il punto materiale possiede la velocità

$$\vec{v}(0,1,1) = v_0 \hat{i} \quad \text{determinare il raggio di curvatura } \rho \text{ della traiettoria}$$

nella posizione P

Nota Bene:

- non - e' data l'equazione oraria dell'accelerazione ossia la dipendenza dell'accelerazione in funzione del tempo, ma e' fornita la dipendenza dell'accelerazione in funzione della posizione del punto nello spazio

nel punto $P = (0, 1, 1)$ si ha $\vec{v}(0, 1, 1) = v_0 \hat{i}$ e $\vec{a}(0, 1, 1) = \frac{1}{m} \beta \hat{i}$ quindi

l'accelerazione nel punto P ha solo la componente diretta lungo la direzione della

velocità perciò in P l'accelerazione centripeta è nulla $a_c = 0 \Rightarrow \rho = \infty$

Esercizio 2):

dato un campo di forza descritto dalla relazione

$$\vec{F} = \left(-\frac{3}{2} K_1 r x \right) \hat{i} + \left(2K_2 y - \frac{3}{2} K_1 r y \right) \hat{j} - \left(\frac{3}{2} K_1 r z \right) \hat{k}$$

dove r e' la distanza del punto P dall'origine e dove K_1 e K_2

sono costanti dotate delle opportune dimensioni

determinare il raggio di curvatura della traiettoria di un punto materiale

di massa m quando questo si trova nel punto $P(0,1,0)$ con velocità

$$\vec{v}(0,1,0) = 2v_0 \hat{i}$$

Nota Bene:

- non - e' data l'equazione oraria dell'accelerazione ossia la dipendenza dell'accelerazione in funzione del tempo, ma e' fornita la dipendenza dell'accelerazione in funzione della posizione del punto nello spazio

in coordinate cartesiane $r = (x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{1}{2}}$ dunque

$$F_x = -\frac{3}{2} K_1 (x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{1}{2}} 2x$$

$$F_y = -\frac{3}{2} K_1 (x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{1}{2}} 2y + 2K_2 y$$

$$F_z = -\frac{3}{2} K_1 (x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{1}{2}} 2z$$

nel punto $P \Rightarrow \vec{F}(0,1,0) = (2K_2 - 3K_1)\hat{j}$ e $\vec{v}(0,1,0) = 2v_0\hat{i}$

quindi $\vec{F}(0,1,0)$ e' perpendicolare alla velocita' in P

\Rightarrow l' accelerazione in P e' puramente centripeta

per la seconda legge della dinamica $\vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow |\vec{F}(0,1,0)| = m \frac{|\vec{v}(0,1,0)|^2}{\rho}$

perciò $(2K_2 - 3K_1) = m \frac{4v_0^2}{\rho} \Rightarrow \rho = \frac{4mv_0^2}{(2K_2 - 3K_1)}$

Backup Slides