

Un dado non truccato viene lanciato per 4 volte. Calcolare la probabilità che si presenti sempre una faccia pari

l'evento favorevole è il presentarsi di una faccia pari

$A = \{\text{evento pari}\} = \{\text{in un lancio del dado o si presenta la faccia con il numero 2 o con il 4 o con il 6}\}$

nel singolo lancio del dado o esce pari o esce dispari \rightarrow esperimento con due soli possibili risultati \rightarrow esperimento "binario"

il dado viene lanciato per 4 volte consecutive \rightarrow ripetizione di un esperimento binario \rightarrow v.a. binomiale $P_n(k, p)$ (o Bernoulliana)

la probabilità che in un singolo lancio del dado non truccato si presenti l'evento pari è $P\{A\} = \frac{1}{2}$

la probabilità di ottenere quattro successi in quattro lanci del dado sarà ottenibile dalla formula

$$P_n(k, p) = \binom{n}{k} p^k q^{n-k} \quad \text{dove } q = (1 - p) = \left(1 - \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad P(A) = P_4\left(4, \frac{1}{2}\right) = \binom{4}{4} \left(\frac{1}{2}\right)^4 \left(\frac{1}{2}\right)^{4-4}$$

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} \quad \Rightarrow \quad \binom{4}{4} = \frac{4!}{4!(4-4)!} = \frac{4!}{4! \cdot 0!} \quad \text{ma } 0! = 1! = 1 \quad \Rightarrow \quad \binom{4}{4} = 1$$

$$P_4\left(4, \frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^4 \left(\frac{1}{2}\right)^0 = \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}$$