Quantita' di moto

$\vec{q} = m\vec{\mathrm{v}}$ ⇨ <u>*quantita' di moto*</u> di un punto materiale di massa m

unita' di misura nel $S.\,I.: \; Kg\,m\,s^{-1}$

➢ la quantita' di moto e' una grandezza <u>***vettoriale***</u>

quindi in coordinate cartesiane $\vec{q} = m\vec{\mathrm{v}}$ ⇨

$$q_x = m\mathrm{v}_x$$
$$q_y = m\mathrm{v}_y$$
$$q_z = m\mathrm{v}_z$$

Nota Bene :

le tre componenti q_x q_y e q_z sono <u>indipendenti</u> tra loro secondo le leggi della dinamica in un **sistema isolato** costituito da due soli corpi di massa m_1 ed m_2 e' *sempre* vero che

$$\boxed{\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}}$$ fisica

terzo principio della dinamica

$$\boxed{\vec{F} = m\vec{a}}$$ fisica

secondo principio della dinamica

$$\boxed{m_1\vec{a}_1 = -m_2\vec{a}_2}$$

moltiplicando ambo i membri dell'uguaglianza per dt

$$m_1\vec{a}_1 dt = -m_2\vec{a}_2 dt$$

il differenziale di $\vec{\mathrm{v}}(t)$ e' $d\vec{\mathrm{v}} = \frac{d\vec{\mathrm{v}}}{dt}dt \Rightarrow d\vec{\mathrm{v}} = \vec{a}dt$

$$m_1 d\vec{\mathrm{v}}_1 = -m_2 d\vec{\mathrm{v}}_2$$

se le leggi della dinamica sono valide ad <u>ogni</u> istante di tempo dati due generici tempi t_1 e t_2 con $t_2 > t_1$ ai tempi

fisica

$t_1 \Rightarrow m_1 d\vec{\mathrm{v}}_1(t_1) = -m_2 d\vec{\mathrm{v}}_2(t_1)$

$t_1 + dt \Rightarrow m_1 d\vec{\mathrm{v}}_1(t_1 + dt) = -m_2 d\vec{\mathrm{v}}_2(t_1 + dt)$

……………………………

$t_2 \Rightarrow m_1 d\vec{\mathrm{v}}_1(t_2) = -m_2 d\vec{\mathrm{v}}_2(t_2)$

sommando membro a membro ossia integrando ambo i membri tra t_1 e t_2

matematica

$$\int_{t_1}^{t_2} m_1 d\vec{\mathrm{v}}_1 = -\int_{t_1}^{t_2} m_2 d\vec{\mathrm{v}}_2$$

$$[m_1\vec{\mathrm{v}}_1(t_2) - m_1\vec{\mathrm{v}}_1(t_1)] = -[m_2\vec{\mathrm{v}}_2(t_2) - m_2\vec{\mathrm{v}}_2(t_1)]$$

$$[m_1\vec{v}_1(t_2)-m_1\vec{v}_1(t_1)] = -[m_2\vec{v}_2(t_2)-m_2\vec{v}_2(t_1)]$$

riarrangiando i termini

$$m_1\vec{v}_1(t_1)+m_2\vec{v}_2(t_1)=m_2\vec{v}_2(t_2)+m_1\vec{v}_1(t_2)$$

per definizione

$$m_1\vec{v}_1(t_1)=\vec{q}_1(t_1)$$
$$m_1\vec{v}_1(t_2)=\vec{q}_1(t_2)$$
$$m_2\vec{v}_2(t_1)=\vec{q}_2(t_1)$$
$$m_2\vec{v}_2(t_2)=\vec{q}_2(t_2)$$

$$\vec{q}_1(t_1)+\vec{q}_2(t_1)=\vec{q}_1(t_2)+\vec{q}_2(t_2)$$

posto

$$\vec{q}_1(t_1)+\vec{q}_2(t_1)=\vec{q}_{Tot}(t_1)$$
$$\vec{q}_1(t_2)+\vec{q}_2(t_2)=\vec{q}_{Tot}(t_2)$$

$$\vec{q}_{Tot}(t_1)=\vec{q}_{Tot}(t_2)$$

dato che cio' e' fisica per qualsiasi tempo t_1 e t_2

$$\vec{q}_{Tot}=costante$$

la quantita' di moto - ***totale*** - e' costante nel tempo generalizzando :

- **principio di conservazione della quantita' di moto totale:**

se la risultante delle ***forze <u>esterne</u>*** che agiscono su di un sistema di di punti materiali e' nulla, la quantita' di moto – ***totale*** – del sistema rimane costante nel tempo

$$\vec{q}_{Tot} = \sum_{i=1}^{n} m_i \vec{\mathrm{v}}_i = costante$$

principio di conservazione della quantita' di moto totale in un sistema isolato : $\Longleftrightarrow$ **validita' del terzo principio della dinamica**

Derivata temporale della quantita' di moto : definizione generalizzata di forza

$$\boxed{\vec{q} = m\vec{v}}$$

derivando $\vec{q}$ rispetto al tempo $\dfrac{d\vec{q}}{dt} = \dfrac{d(m\vec{v})}{dt}$

$$\frac{d\vec{q}}{dt} = \vec{v}\frac{dm}{dt} + m\frac{d\vec{v}}{dt}$$

per definizione $\dfrac{d\vec{v}}{dt} = \vec{a}$

$$\frac{d\vec{q}}{dt} = \vec{v}\frac{dm}{dt} + m\vec{a}$$

se la massa fosse costante $dm/dt = 0$

$$\frac{d\vec{q}}{dt} = m\vec{a}$$

ma per la seconda legge della dinamica $\vec{F} = m\vec{a}$

$$\vec{F} = \frac{d\vec{q}}{dt}$$

se ne deduce che $\dfrac{d\vec{q}}{dt}$ e' il modo piu' generale per definire la forza

$$\vec{F} = \frac{d\vec{q}}{dt}$$

se la massa rimane costante nel tempo

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

se la massa cambia nel tempo

$$\boxed{\vec{F} = \vec{v}\frac{dm}{dt} + m\vec{a}}$$

di solito in meccanica classica   si assume che la massa di un corpo sia costante

ma   per es. : un jet di linea durante il volo espelle il carburante combusto in conclusione da $\vec{F} = \dfrac{d\vec{q}}{dt}$ si deduce che una *qualsiasi* forza

e’ dovuta alla variazione nel tempo della quantita’ di moto o in altri termini

si manifesta una forza quando c’e’ una variazione nel tempo della quantita’

di moto qualunque sia il motivo per cui la quantita’ di moto sta cambiando

in questo senso la quantita’ di moto e’ una grandezza dinamica

ancora piu’ fondamentale della forza

Impulso di una forza

se una forza $\vec{F}$ costante agisce sul punto materiale per un intervallo infinitesimo di tempo dt si definisce *impulso* infinitesimo la quantita' :

$$d\vec{I} = \vec{F}dt$$

se la forza nell'intervallo di tempo $\Delta t = t_2 - t_1$ non fosse costante si dovra' suddividere Δt in intervalli infinitesimi dt e l'impulso nell'intervallo finito di tempo da t_1 a t_2 si determinera' come integrale degli impulsi infinitesimi $d\vec{I} = \vec{F}dt$

$$\vec{I} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}(t)dt$$

l'impulso e' una grandezza <u>vettoriale</u>

unita' di misura nel S.I. : Newton per secondo, $N\,s$

Teorema dell'impulso

$$\boxed{d\vec{I} = \vec{F}dt}$$

da $\vec{F} = \dfrac{d\vec{q}}{dt}$

$$d\vec{I} = \frac{d\vec{q}}{dt}dt$$

il differenziale di $\vec{q}(t)$ e' $d\vec{q} = \dfrac{d\vec{q}}{dt}dt$

$$d\vec{I} = d\vec{q}$$

per definizione $\vec{I} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}(t)dt$

$$\vec{I} = \vec{q}(t_2) - \vec{q}(t_1)$$

$$\downarrow$$

$$\vec{I} = \Delta\vec{q}$$

l'impulso di una forza e' uguale alla variazione della quantita' di moto del corpo nell'intervallo di tempo in cui ha agito la forza le forze <u>interne</u> ad un sistema di punti si esercitano sempre in coppie

di forze di azione e reazione la cui risultante e' sempre nulla

$$\Downarrow$$

per modificare la quantita' di moto totale di un sistema di punti materiali occorre

che l'impulso della risultante delle forze <u>esterne</u> agenti sul sistema non sia nullo

Backup Slides