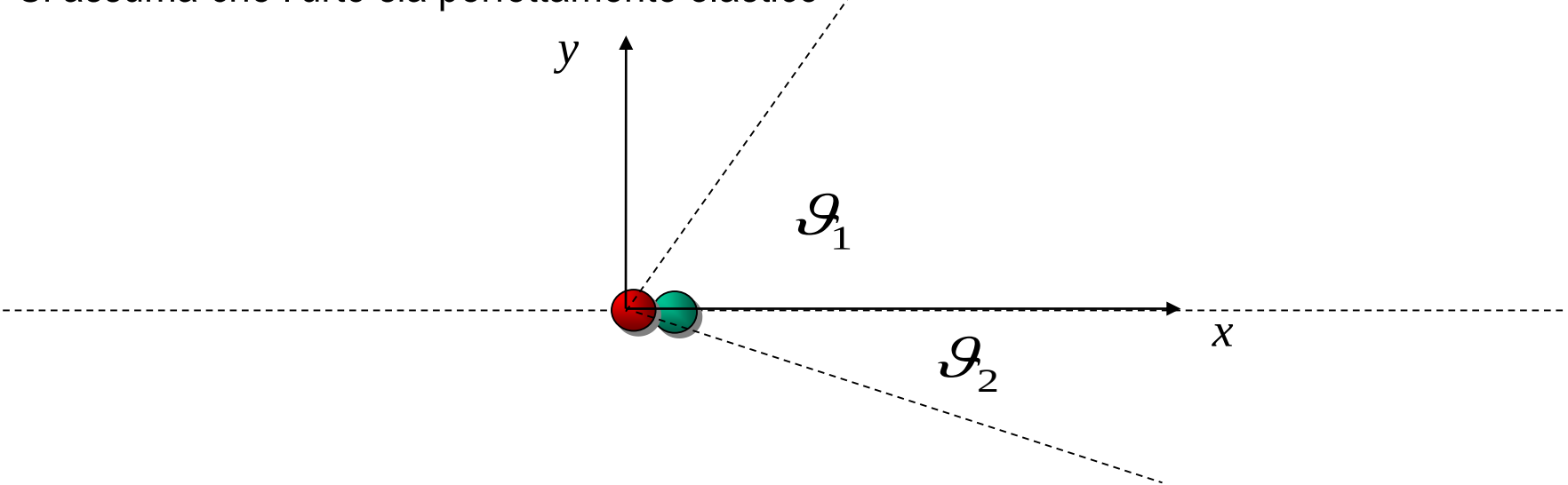


Urto elastico nel piano :

una particella di massa m viene lanciata contro un'altra particella identica inizialmente ferma
dopo l'urto la prima particella è deviata di 60 gradi rispetto alla direzione iniziale
calcolare in quale direzione rincula la particella colpita e quale è la sua velocità finale
dato che valore della velocità iniziale della prima bilia è v_1 .
Si assuma che l'urto sia perfettamente elastico



prima dell'urto

$$Q_x \equiv m_1 v_1 + m_2 v_2$$

$$Q_y \equiv 0$$

dopo l'urto

$$Q_x' = m_1 v_1' \cos \vartheta_1 + m_2 v_2' \cos \vartheta_2$$

$$Q_y' = m_1 v_1' \sin \vartheta_1 - m_2 v_2' \sin \vartheta_2$$

sfruttando il fatto che le masse sono uguali ossia che $m_1 = m_2 = m$
le precedenti equazioni si possono semplificare nel modo seguente

prima dell'urto

$$Q_x = mv_1 + mv_2$$

$$Q_y = 0$$

dopo l'urto

$$Q_x' = mv_1' \cos \vartheta_1 + mv_2' \cos \vartheta_2$$

$$Q_y' = mv_1' \sin \vartheta_1 - mv_2' \sin \vartheta_2$$

ovvero :

prima dell'urto

$$Q_x = m(v_1 + v_2)$$

$$Q_y = 0$$

dopo l'urto

$$Q_x' = m(v_1' \cos \vartheta_1 + v_2' \cos \vartheta_2)$$

$$Q_y' = m(v_1' \sin \vartheta_1 - v_2' \sin \vartheta_2)$$

imponendo la condizione iniziale $v_2 = 0$

prima dell'urto

$$Q_x = mv_1$$

$$Q_y = 0$$

dopo l'urto

$$Q_x' = m(v_1' \cos \vartheta_1 + v_2' \cos \vartheta_2)$$

$$Q_y' = m(v_1' \sin \vartheta_1 - v_2' \sin \vartheta_2)$$

per il principio della conservazione della quantità di moto totale in un sistema isolato la quantità di moto totale è costante, quindi se ne deduce che :

$$mv_1 = m(v_1' \cos \vartheta_1 + v_2' \cos \vartheta_2)$$

$$0 = m(v_1' \sin \vartheta_1 - v_2' \sin \vartheta_2)$$

ovvero :

$$v_1' \cos \vartheta_1 + v_2' \cos \vartheta_2 = v_1$$

$$v_1' \sin \vartheta_1 - v_2' \sin \vartheta_2 = 0$$

ma ci sono tre incognite da determinare v_1' v_2' e ϑ_2

per risolvere univocamente il problema occorrerà una terza relazione

indipendente dalle prime due

dato che l'urto e' perfettamente elastico varra' anche la conservazione della energia cinetica

$$\frac{1}{2}m_1\mathbf{v}_1^2 + \frac{1}{2}m_2\mathbf{v}_2^2 = \frac{1}{2}m_1\mathbf{v}_1'^2 + \frac{1}{2}m_2\mathbf{v}_2'^2$$

imponendo la condizione iniziale $v_2 = 0$ e l'uguaglianza delle masse

si ottiene

$$\frac{1}{2}m\mathbf{v}_1^2 = \frac{1}{2}m\mathbf{v}_1'^2 + \frac{1}{2}m\mathbf{v}_2'^2$$

ovvero

$$\mathbf{v}_1^2 = \mathbf{v}_1'^2 + \mathbf{v}_2'^2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{v}_1' \cos \vartheta_1 + \mathbf{v}_2' \cos \vartheta_2 = \mathbf{v}_1 \\ \mathbf{v}_1' \sin \vartheta_1 - \mathbf{v}_2' \sin \vartheta_2 = 0 \\ \mathbf{v}_1^2 = \mathbf{v}_1'^2 + \mathbf{v}_2'^2 \end{array} \right.$$

sistema di tre equazioni in tre incognite, sistema risolvibile con semplici metodi matematici

Backup Slides