

Punto materiale

un punto materiale non ha estensione spaziale e non ha struttura interna



ogni forza agente sul punto materiale e' una forza esterna

$$\vec{F} \equiv \vec{F}^E$$

se sul punto materiale agiscono piu' forze

il moto del punto

sara' determinato dalla risultante :

$$\vec{R}^E = \sum \vec{F}^E = m\vec{a}$$

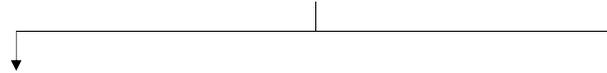
Sistemi di n punti materiali

gli n punti materiali

interagiscono *con l'esterno*

ma possono interagire

anche tra di loro



ogni forza esercitata

su di un punto P_i dall' *esterno* del sistema

e' una *forza esterna* \vec{F}_i^E

risultante : $\vec{R}_i^E = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i^E$

ogni forza esercitata su di un

punto P_i da un altro punto P_j appartenente allo stesso sistema

e' una *forza interna* \vec{F}_{ji}^I

risultante : $\vec{R}_i^I = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \vec{F}_{ji}^I$

il moto dell' i -esimo punto del sistema sara' determinato dalla

$$\vec{R}_i = \vec{R}_i^E + \vec{R}_i^I = m\vec{a}_i$$

dunque per determinare \vec{a}_i bisognerebbe sapere quali siano esattamente le forze che si manifestano all'interno del sistema

→ struttura della materia

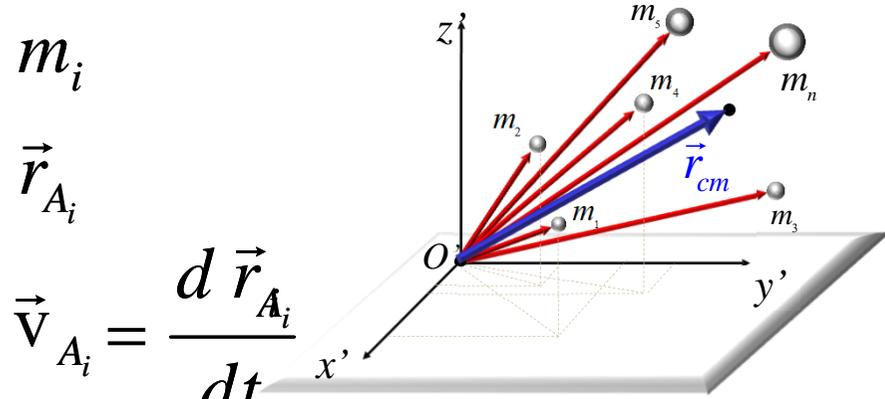
ma e' possibile determinare il comportamento d' "assieme" del sistema di punti utilizzando il *centro di massa* del sistema di punti

Nota Bene :

la differenza tra forze interne ed esterne *non e' assoluta*, ma dipende da come viene definito il sistema stesso di punti

Sistemi di n punti materiali $n > 1$

per ogni punto P_i di un sistema di punti materiali di massa m_i ciascuno si introducono le grandezze



$$m_i$$

$$\vec{r}_{A_i}$$

$$\vec{v}_{A_i} = \frac{d\vec{r}_{A_i}}{dt}$$

$$\vec{a}_{A_i} = \frac{d\vec{v}_{A_i}}{dt}$$

$$\vec{q}_{A_i} = m_i \vec{v}_{A_i}$$

$$\vec{L}_{A_i} = \vec{r}_{A_i} \times m_i \vec{v}_{A_i} \quad (\text{rispetto all'origine o rispetto al polo fisso prescelto})$$

$$E_{C_{A_i}} = \frac{1}{2} m_i \vec{v}_{A_i}^2$$

$$\vec{F}_i^E \quad \text{e} \quad \vec{F}_{ji}^I$$

relativamente all'insieme di tutti i punti costituenti il sistema di punti materiali si introducono le grandezze

$$M = \sum_{i=1}^n m_i$$

$$\vec{r}_{CM} = \frac{m_1 \vec{r}_{A_1} + m_2 \vec{r}_{A_2} + \dots + m_n \vec{r}_{A_n}}{M} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_{A_i}}{M}$$

$$\vec{v}_{CM} = \frac{d\vec{r}_{CM}}{dt}$$

$$\vec{a}_{CM} = \frac{d\vec{v}_{CM}}{dt}$$

$$\vec{Q} = \sum_{i=1}^n \vec{q}_{A_i} = \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_{A_i}$$

$$\vec{L} = \sum_{i=1}^n \vec{L}_{A_i} = \sum_{i=1}^n \vec{r}_{A_i} \times m_i \vec{v}_{A_i}$$

$$E_C = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} m_i \vec{v}_{A_i}^2$$

$$\vec{R}^E = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i^E \quad \text{e} \quad \vec{R}^I = \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^n \vec{F}_{ji}^I + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq i}}^n \vec{F}_{ij}^I$$

Nota Bene :

se \vec{F}_{ij}^I e' forza interna esercitata dal punto P_i sul punto P_j

per il terzo principio della dinamica la forza interna \vec{F}_{ji}^I esercitata dal punto P_j

sul punto P_i sara' $\vec{F}_{ij}^I = -\vec{F}_{ji}^I$ per cui $\vec{R}^I = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \vec{F}_{ji}^I + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^n \vec{F}_{ij}^I = \mathbf{0}$

in conclusione : $\vec{R}^I = \mathbf{0}$

→ ad ogni istante la risultante di – tutte – le forze interne agenti su di un sistema di punti materiali e' nulla

mentre se il sistema di corpi sta interagendo con corpi esterni al sistema

la risultante $\vec{R}^E = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i^E$ delle *forze esterne* agente su *tutti* i punti P_i

costituenti il corpo sara' in generale diversa da zero $\vec{R}^E \neq \mathbf{0}$

il centro di massa (*C.M.*) di un sistema di punti materiali è un punto geometrico rappresentativo del sistema ma attenzione: non è detto coincida con la posizione di un punto materiale appartenente al sistema

infatti la posizione del *C.M.* rispetto ad un sistema di riferimento fisso nel tempo, è definita come una media pesata delle posizioni dei vari punti

$$\vec{r}_{CM} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_{A_i}}{\sum_{i=1}^n m_i} = \frac{m_1 \vec{r}_{A_1} + m_2 \vec{r}_{A_2} + \dots + m_n \vec{r}_{A_n}}{m_1 + m_2 + \dots + m_n} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_{A_i}}{M}$$

Nota Bene : la posizione del *C.M.* rispetto agli n punti materiali non dipende dalla scelta del sistema di riferimento

Backup Slides