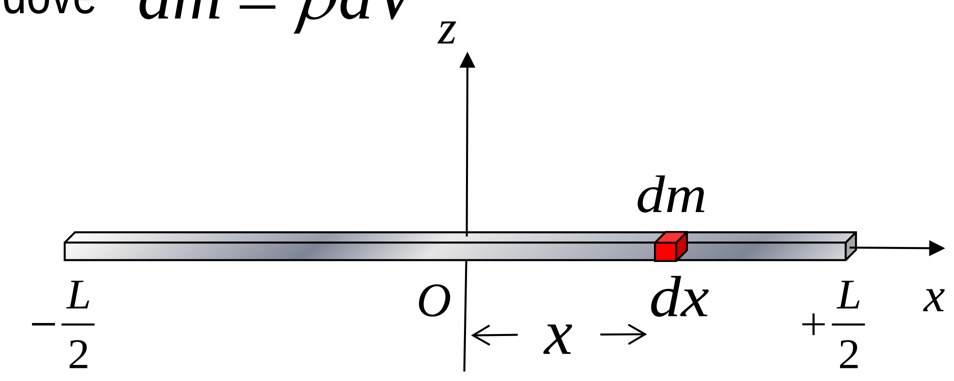
Determinare il momento d'inerzia di una sbarretta omogenea a forma di parallelepipedo di massa totale M e lunghezza L rispetto ad un asse passante per il centro della sbarretta ed ortogonale alla sbarretta stessa assumendo che la superficie trasversa della sbarretta S sia costante ovunque e che la massa sia distribuita in modo uniforme entro il volume della sbarretta

la superfice trasversa e' costante → una sola variabile di integrazione: x con $-\frac{L}{2} \le x \le \frac{L}{2}$

il momento d'inerzia $I_z = \sum_{i=1}^{n} m_i R_i^2 \Rightarrow I_z = \sum_{i=1}^{n} m_i x_i^2$ ma, dato che si opera nel continuo,

la definizione di I_z diviene $I_z = \int x^2 dm$ dove $dm = \rho dV$



il volume di un parallelepipedo di area di base S

e altezza x e' $V = Sx$

dato che S e' costante $V = V(x)$

differenziando V rispetto ad x si ottiene il volume di un parallelepipedo infinitesimo $dV = Sdx$

$$I_z = \int x^2 dm$$

$$dm = \rho dV \quad \text{e} \quad dV = Sdx$$

$$\int x^2 \rho S dx$$

$$\rho = costante \quad \text{e} \quad S = costante$$

$$\rho S \int x^2 dx$$

$$-\frac{L}{2} \le x \le \frac{L}{2}$$

$$\rho S \int_{-\frac{L}{2}}^{+\frac{L}{2}} x^2 dx$$

$$\rho S \frac{1}{3} x^3 \Big|_{-\frac{L}{2}}^{+\frac{L}{2}} \rightarrow I_z = \frac{1}{12} \rho S L^3$$

Determinazione di ρ :

dato che la massa e' distribuita in maniera <u>uniforme</u> $\rho = \frac{M}{V} = \frac{M}{SL}$

in conclusione il momento d'inerzia dell'asticella rispetto all'asse z e' : $I_z = \frac{1}{12} M L^2$

Backup Slides