Un' asta omogenea di massa M e lunghezza L e' vincolata ad un estremo in un punto A ed e' tenuta orizzontalmente da una fune collegata all'altro estremo B perpendicolarmente all'asta stessa.

Ad una distanza $L/3$ dall'estremo A e' applicata una forza di modulo F perpendicolare all'asta e diretta verso il basso.

Calcolare le espressioni della reazione vincolare nel punto A e della tensione della fune.

posto $R_{V_A} = \left|\vec{R}_{V_A}\right| \quad F = \left|\vec{F}\right| \quad P = \left|\vec{P}\right| \quad T = \left|\vec{T}\right|$ si ha

$$\vec{R}_{V_A} = R_{V_A}\,\hat{j} \qquad \vec{F} = -F\hat{j} \qquad \vec{P} = -Mg\hat{j} \qquad \vec{T} = T\hat{j}$$

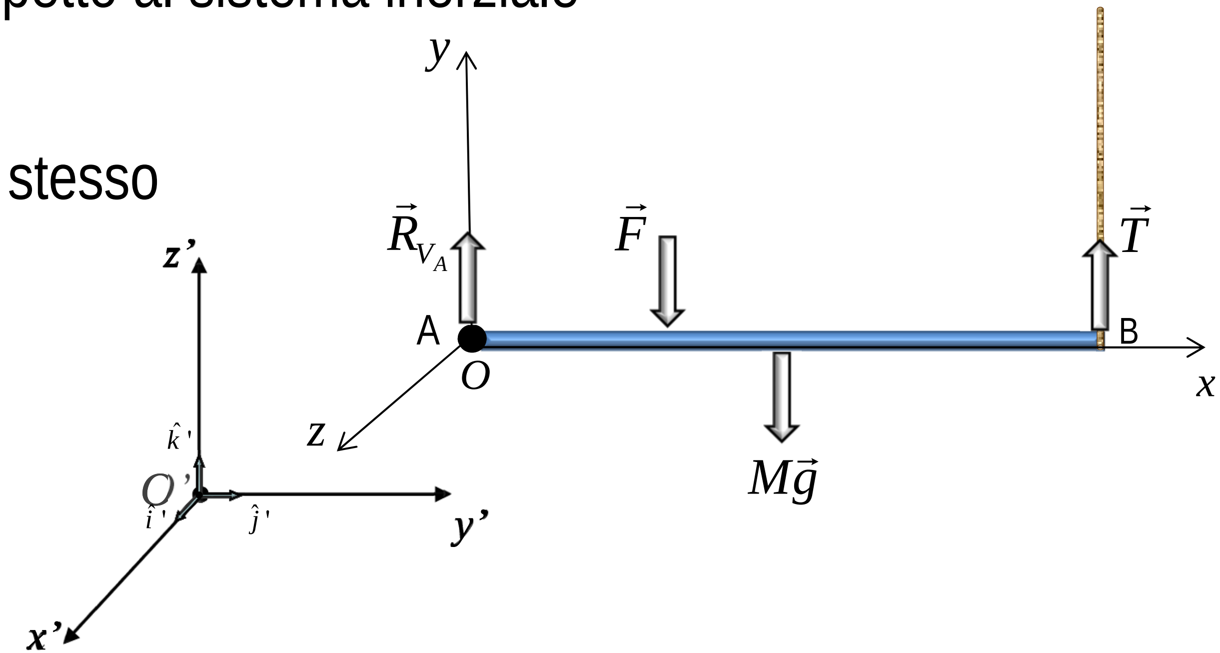
la forza peso e' applicata al centro di massa dell'asta che coincide con il suo

punto di mezzo dato che la massa e' distribuita in modo omogeneo sull'asta

poiche' A e' un punto fisso rispetto al sistema inerziale

conviene scegliere il punto A stesso

come polo fisso



le condizioni di equilibrio statico sono

$$\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = 0 \quad \text{e} \quad \sum_{i=1}^{n} \vec{M}_i = 0$$

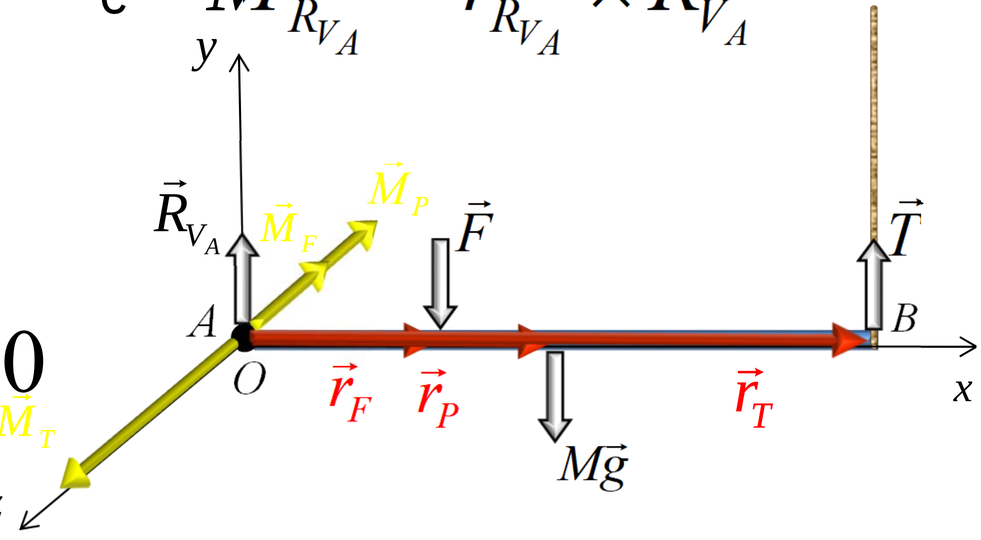
dalla prima relazione

$$\Rightarrow \quad \vec{R}_{V_A} + \vec{F} + \vec{P} + \vec{T} = 0 \quad \text{ovvero}$$

$$(R_{V_A} - F - Mg + T)\,\hat{j} = 0 \quad \Rightarrow \quad R_{V_A} - F - Mg + T = 0$$

i momenti rispetto al polo fisso A delle forze agenti sono : $\vec{M}_T = \vec{r}_T \times \vec{T}$

$\vec{M}_P = \vec{r}_P \times \vec{P}$ $\quad \vec{M}_F = \vec{r}_F \times \vec{F}$ e $\vec{M}_{R_{V_A}} = \vec{r}_{R_{V_A}} \times \vec{R}_{V_A}$



dalla $\sum_{i=1}^{n} \vec{M}_i = 0$

$$\vec{M}_{R_{V_A}} + \vec{M}_F + \vec{M}_P + \vec{M}_T = 0$$

ma $\vec{r}_{R_{V_A}} = 0 \Rightarrow \vec{M}_{R_{V_A}} = 0$

$$\Rightarrow \quad 0 + \vec{r}_F \times \vec{F} + \vec{r}_P \times \vec{P} + \vec{r}_T \times \vec{T} = 0$$

$$-\frac{1}{3} L\hat{i} \times F\hat{j} - \frac{1}{2} L\hat{i} \times Mg\,\hat{j} + L\hat{i} \times T\hat{j} = 0$$ ossia

$$(-\frac{1}{3}LF - \frac{1}{2}LMg + LT)\,(\hat{i} \times \hat{j}) = 0 \Rightarrow (-\frac{1}{3}LF - \frac{1}{2}LMg + LT)\hat{k} = 0$$

ossia $-\frac{1}{3}LF-\frac{1}{2}LMg+LT=0$

la $R_{V_A}-F-Mg+T=0$ e la $-\frac{1}{3}LF-\frac{1}{2}LMg+LT=0$

costituiscono un sistema di due equazioni nelle due incognite T e R_{V_A}

dalla prima → $T=F+Mg-R_{V_A}$ valore della tensione che sostituito nella

seconda relazione → $-\frac{1}{3}LF-\frac{1}{2}LMg+L(F+Mg-R_{V_A})=0$ ovvero

$$-\frac{1}{3}LF-\frac{1}{2}LMg+LF+LMg-LR_{V_A}=0$$

da cui $$-\frac{1}{3}F-\frac{1}{2}Mg+F+Mg-R_{V_A}=0$$

ossia $R_{V_A}=\frac{2}{3}F+\frac{1}{2}Mg$ e sostituendo questo valore nella

$T=F+Mg-R_{V_A}$ si ottiene $T=F+Mg-(\frac{2}{3}F+\frac{1}{2}Mg)$

ossia $T=\frac{1}{3}F+\frac{1}{2}Mg$

in conclusione $R_{V_A}=\frac{2}{3}F+\frac{1}{2}Mg$ e $T=\frac{1}{3}F+\frac{1}{2}Mg$

Backup Slides