

Determinare con quale velocità raggiungerà il suolo un corpo rigido di massa totale  $m$  che rotoli senza strisciare su di un piano inclinato privo di attrito assumendo che al tempo  $t = 0$  il corpo sia in quiete, e che l'altezza a cui si trova il centro di massa del corpo sia  $h$ .

Si assuma inoltre che l'energia potenziale totale del corpo quando il corpo raggiunge il suolo sia nulla di modo che la variazione di energia potenziale sia semplicemente pari a  $mgh$

dato che si è in assenza di attriti si potrà imporre la conservazione dell'energia meccanica e per determinare l'energia cinetica finale si può utilizzare il teorema di König dell'energia

$$mgh = \frac{1}{2} I \omega^2 + \frac{1}{2} m v_{CM}^2 = \frac{1}{2} I \frac{v_{CM}^2}{r^2} + \frac{1}{2} m v_{CM}^2$$

in generale  $I = m k^2$  dove  $k$  è il "raggio giratore" del corpo quindi

$$mgh = \frac{1}{2} m k^2 \frac{v_{CM}^2}{r^2} + \frac{1}{2} m v_{CM}^2$$

ossia 
$$gh = \frac{1}{2} k^2 \frac{v_{CM}^2}{r^2} + \frac{1}{2} v_{CM}^2$$

$$\Rightarrow v_{CM} = \sqrt{\frac{2gh}{1 + \frac{k^2}{r^2}}} < \sqrt{2gh}$$

poiché 
$$v_{CM} = \sqrt{\frac{2gh}{1 + \frac{k^2}{r^2}}}$$

a parità di massa totale  $m$  del corpo e di raggio  $r$  per:

una sfera piena omogenea che rotola senza strisciare

$$I = \frac{2}{5} m r^2 \text{ quindi } \frac{k^2}{r^2} = \frac{2}{5} \Rightarrow v_{CM} = \sqrt{1.43gh}$$

un guscio sferico omogeneo che rotola senza strisciare

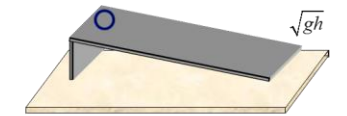
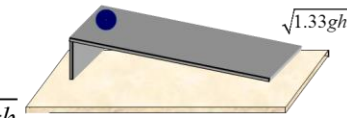
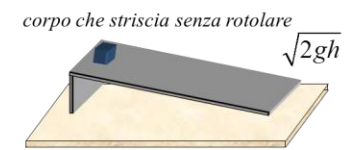
$$I = \frac{2}{3} m r^2 \text{ quindi } \frac{k^2}{r^2} = \frac{2}{3} \Rightarrow v_{CM} = \sqrt{1.20gh}$$

un disco omogeneo che rotola senza strisciare

$$I = \frac{1}{2} m r^2 \text{ quindi } \frac{k^2}{r^2} = \frac{1}{2} \Rightarrow v_{CM} = \sqrt{1.33gh}$$

un anello omogeneo che rotola senza strisciare

$$I = m r^2 \text{ quindi } \frac{k^2}{r^2} = 1 \Rightarrow v_{CM} = \sqrt{gh}$$



se il corpo scivolasse senza attrito giungerebbe al suolo con velocità maggiore

pari a  $\sqrt{2gh}$  mentre se il corpo rotola senza strisciare

l'energia potenziale iniziale si trasformerà in parte in energia cinetica

di traslazione  $\frac{1}{2} m v_{CM}^2$  ed in parte in energia cinetica di rotazione  $\frac{1}{2} I \omega^2$

questo spiega perché il corpo giungerà al suolo con velocità inferiore

se rotola invece di strisciare

# Backup slides