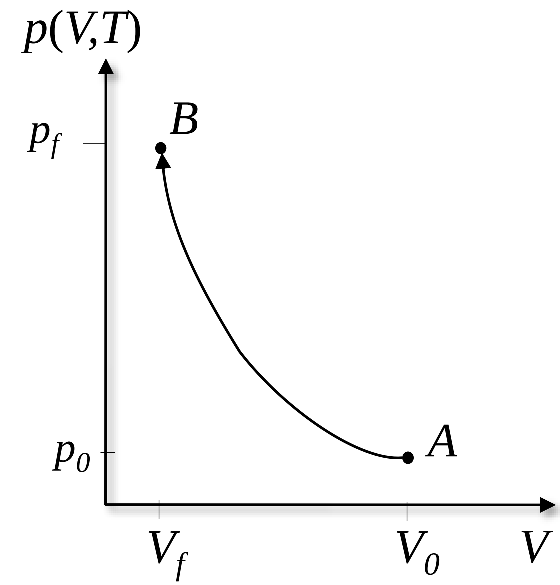
Un volume $V_0 = 22.4\ l$ di azoto, assimilabile a un gas perfetto biatomico,

inizialmente alla temperatura $T_0 = 0\ °C$ e alla pressione $p_0 = 1\ atm$,

viene compresso adiabaticamente e reversibilmente fino al volume $V_f = V_0/10$.

Determinare i valori:



a) della pressione finale del gas p_f

b) della temperatura finale del gas T_f

c) del lavoro L compiuto dal gas verso l'esterno dati iniziali: p_0, T_0, V_0 e V_f incognite : $\cancel{n}$, $\cancel{c_V}$, p_f, T_f

ulteriori informazioni fornite nel testo :

la trasformazione e' adiabatica

$$Q = 0$$

il sistema e' un gas perfetto

$$a)\ pV = nRT$$

$$b)\ \Delta U = nc_V \Delta T$$

il gas perfetto e' biatomico

$$c_V = \frac{5}{2} R$$

altre conoscenze utilizzabili:

- primo principio della termodinamica

$$\Delta U = Q - L$$

+ adiabatica

↓

$$Q = 0 \Rightarrow L = -\Delta U$$

+ gas perfetto $b)$

↓

$$\Delta U = nc_V \Delta T$$

$$L = -nc_V \Delta T$$

↓

relazione che permettera'di calcolare il lavoro una volta determinata la temperatura T_f

- il punto iniziale e quello finale di ogni trasformazione sono sempre "stati di equilibrio"

$a)$ in $A \rightarrow\ p_0 V_0 = nRT_0 \Rightarrow n = \dfrac{p_0 V_0}{RT_0}$

$a)$ in $B \rightarrow\ p_f V_f = nRT_f$

in conclusione :

siamo rimasti con le incognite p_f e T_f

e con la relazione $p_f V_f = nRT_f$ in B

→ 1 equazione in 2 incognite …. ???

altre conoscenze utilizzabili ?

$Q = C\Delta T$ **NO** perche' la trasformazione e' adiabatica $\rightarrow$ $Q = 0$

ulteriori informazioni fornite nel testo ? :

SI' la trasformazione del gas perfetto e' adiabatica ***<u>reversibile</u>***

$\rightarrow$ formule di Poisson

Determinazione di γ

dalla relazione di Mayer $c_p = c_V + R$ $\Rightarrow$ $\gamma = \dfrac{c_p}{c_V} = 1 + \dfrac{R}{c_V}$

il gas e' biatomico $\rightarrow$ $c_V = \dfrac{5}{2} R$ per cui $\gamma = 1 + \dfrac{2}{5} = 1.4$

per ricavare la temperatura :

$$\boxed{TV^{\gamma-1} = cost}$$

$$\downarrow$$

$$T_f = T_0 \left(\frac{V_0}{V_f} \right)^{\gamma-1}$$

$$\downarrow$$

$$= T_0 \ 10^{0.4}$$

$$\downarrow$$

$$= 2.512 \cdot 273.15$$

$$\downarrow$$

$$T_f = 686.1 \ K$$

$T_0 = 0\,^oC = 273.15\ K$ ⇨ $\Delta T = T_f - T_0 = 412.95\ K \simeq 413\ K \equiv 413\ ^oC$

per calcolare il lavoro $L = -\Delta U = -nc_V \Delta T = -n\dfrac{5}{2}R\Delta T$

ma $n = \dfrac{p_0 V_0}{RT_0}$ per cui $L = -\dfrac{p_0 V_0}{RT_0}\dfrac{5}{2}R\Delta T = -\dfrac{5}{2}\dfrac{p_0 V_0}{T_0}\Delta T = -8579 J$

per determinare la pressione finale si puo' indifferentemente usare la

$$\boxed{p_f V_f = nRT_f}$$

oppure direttamente la

$$\boxed{pV^\gamma = cost}$$

$$V_f = \frac{V_0}{10} \qquad n = \frac{p_0 V_0}{RT_0} \qquad T_f = T_0 \left(\frac{V_0}{V_f} \right)^{\gamma - 1}$$

$$\downarrow$$

$$p_f \frac{V_0}{10} = \frac{p_0 V_0}{RT_0} RT_0 \left(\frac{10 V_0}{V_0} \right)^{\gamma - 1}$$

$$\downarrow$$

$$p_f = p_0 (10) (10)^{\gamma - 1}$$

$$\downarrow$$

$$p_f = p_0 (10)^\gamma$$

$$\downarrow$$

$$p_0 V_0^\gamma = p_f V_f^\gamma$$

$$\downarrow$$

$$p_f = p_0 \left(\frac{V_0}{V_f} \right)^\gamma$$

$$\downarrow$$

$$p_f = p_0 \left(\frac{10 V_0}{V_0} \right)^\gamma$$

$$\downarrow$$

$$p_f = p_0 (10)^\gamma$$

numericamente: $p_f = p_0 \; 10^{1.4} = 25 \; atm$

in alternativa per calcolare il lavoro si puo' usare direttamente la $L = \frac{nR}{1-\tau}\Delta T$

e dato che la trasformazione e' adiabatica $\tau = \gamma$ $\Rightarrow$ $L = \frac{nR}{1-\gamma}\Delta T$

$\gamma = \frac{7}{5}$ $\Rightarrow$ $1-\gamma = 1-\frac{7}{5} = -\frac{2}{5}$ quindi $L = -\frac{5}{2}nR\Delta T$

$n = \frac{p_0 V_0}{RT_0}$ $\Rightarrow$ $L = -\frac{5}{2}\frac{p_0 V_0}{T_0}\Delta T$ esattamente come prima

Backup Slides