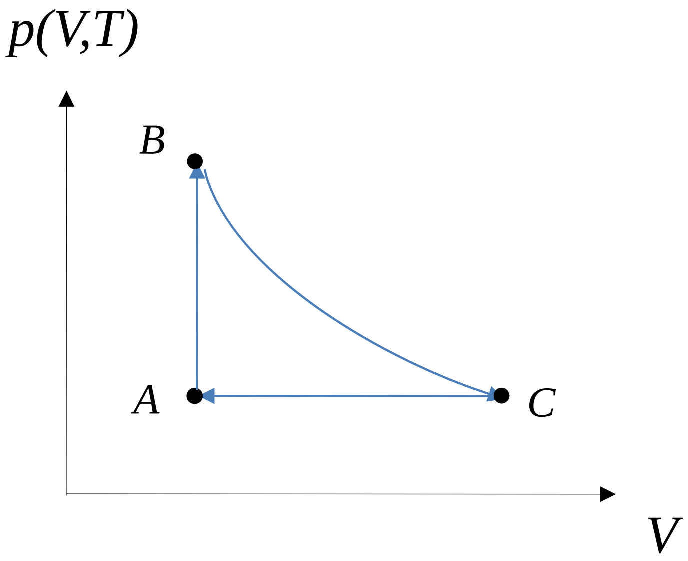
Esercizio

un gas perfetto biatomico compie il ciclo reversibile $ABCA$ costituito da :

- un riscaldamento *isocoro* $A \rightarrow B$
- una espansione *adiabatica* $B \rightarrow C$
- una compressione *isobara* $C \rightarrow A$

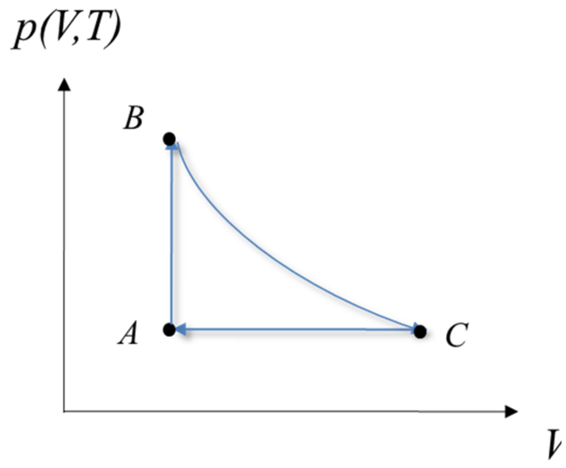


se $p_A = 2\ 10^5$ Pa $\quad V_A = 10\ l \quad T_A = 350\ K$ e $T_B = 700\ K$

determinare il lavoro L compiuto dal gas durante il ciclo

e il rendimento η del ciclo

	grandezze note	incognite
in A	$p_A \quad V_A$ e T_A	—
in B	$V_B \; (\equiv V_A)$ e T_B	p_B
in C	$p_C \; (\equiv p_A)$	V_C e T_C
		n



4 incognite in totale

relazioni indipendenti utilizzabili per determinare le incognite?

per prima cosa: che sappiamo del sistema termodinamico in esame ?

per seconda cosa: che leggi fisiche di validita’ generale possiamo applicare ?

il sistema e' un

gas perfetto

$\downarrow$

$$pV = nRT$$

$\downarrow$

$$p_A V_A = nRT_A$$

$$p_B V_B = nRT_B$$

$$p_C V_C = nRT_C$$

$\downarrow$

3 relazioni

biatomico

$\downarrow$

$$c_V = \frac{5}{2}R$$

$+$

relazione di Mayer

$$c_P - c_V = R$$

$\downarrow$

$$c_P = \frac{7}{2}R$$

e $\gamma = \frac{c_P}{c_V} = \frac{7}{5}$

$\Rightarrow$ $\gamma = 1.4$

l' intero ciclo e' reversibile

$\downarrow$

$$đL = p(V,T)dV$$

oltre che nei tre punti A B e C,
che per assunzione sono punti
di equilibrio, sara' possibile usare
l' equazione di stato durante
tutte le trasformazioni

$\downarrow$

$$L_{in\to fin} = \int_{V_{in}}^{V_{fin}} p(V,T)dV$$

in A

$\downarrow$

$$p_A V_A = nRT_A$$

$\downarrow$

$$n = \frac{p_A V_A}{RT_A}$$

$\downarrow$

$$n = 0.687$$

in B

$\downarrow$

$$p_B V_B = nRT_B$$

$\downarrow$

$$p_B = \frac{nRT_B}{V_A}$$

e dato che $V_B = V_A$

$\downarrow$

$$p_B = \frac{p_A V_A}{RT_A} \frac{RT_B}{V_A}$$

$\downarrow$

$$p_B = p_A \frac{T_B}{T_A}$$

$\downarrow$

$$p_B = 4\ 10^5\ Pa$$

in C

$\downarrow$

$$p_C V_C = nRT_C$$

si puo' determinare per es. la temperatura T_C

$$T_C = \frac{p_C V_C}{nR}$$

$\downarrow$ $p_c = p_A$

$$T_C = \frac{p_A V_C}{nR}$$

$\downarrow$ $n = \frac{p_A V_A}{RT_A}$

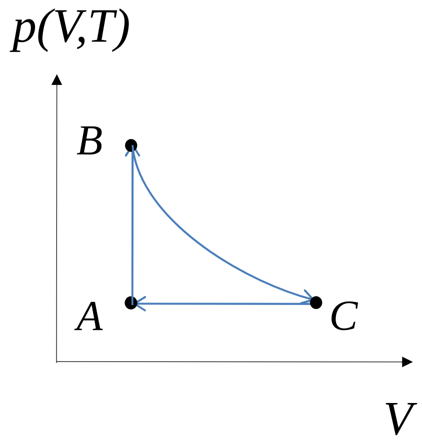
$$T_C = \frac{p_A V_C}{R} \frac{RT_A}{p_A V_A}$$

$\downarrow$

$$T_C = \frac{V_C}{V_A} T_A$$

ma $V_C = ?$

da B a C *adiabatica* *reversibile* $pV^{\gamma} = cost$ per **tutta** la trasformazione



→ in B e C $p_B V_B^{\gamma} = p_C V_C^{\gamma}$

$$V_B = V_A$$

$$p_B V_A^{\gamma} = p_C V_C^{\gamma}$$

$$p_C = p_A$$

$$p_B V_A^{\gamma} = p_A V_C^{\gamma}$$

$$p_B = p_A \frac{T_B}{T_A}$$

$$p_A \frac{T_B}{T_A} V_A^{\gamma} = p_A V_C^{\gamma}$$

$$T_B V_A^{\gamma} = T_A V_C^{\gamma}$$

$$V_C^{\gamma} = V_A^{\gamma} \frac{T_B}{T_A} \Rightarrow V_C = V_A \left(\frac{T_B}{T_A} \right)^{\frac{1}{\gamma}}$$

$$\gamma = 1.4 \quad \rightarrow \quad V_C = V_A \left(\frac{T_B}{T_A} \right)^{\frac{1}{\gamma}} = 10^{-2} (2)^{\frac{1}{1.4}} = 1.64 \cdot 10^{-2} m^3$$

Calcolo del lavoro svolto durante il ciclo

da A a B

isocora $V_B = V_A$

$$L_{A\to B} = \int_{V_A}^{V_A} p dV$$

$$\downarrow$$

$$L_{A\to B} = 0$$

da B a C

adiabatica → *politropica*

con $\tau = \gamma$

$$L = \frac{nR}{1-\tau}\Delta T$$

$$\downarrow$$

da C ad A

isobara $p_A = p_C$

$$L_{C\to A} = p_A \int_{V_C}^{V_A} dV$$

$$L_{C\to A} = p_A (V_A - V_C)$$

$$L_{B\to C} = \frac{nR}{1-\gamma}(T_C - T_B) = \frac{1}{1-\gamma}(nRT_C - nRT_B)$$

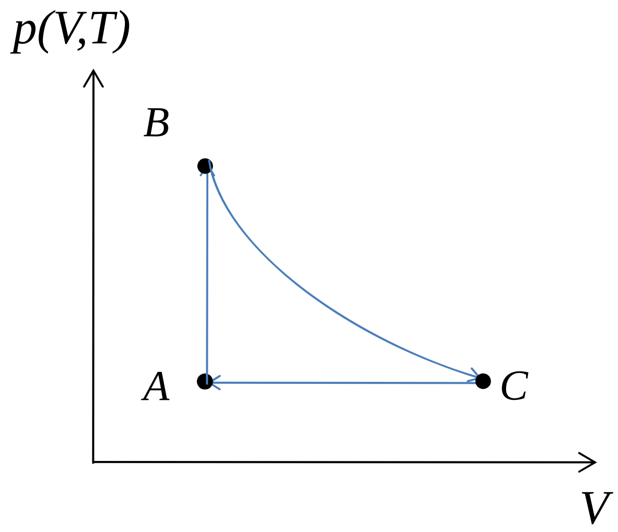
$$\downarrow \qquad pV = nRT$$

$$L_{B\to C} = \frac{1}{1-\gamma}(p_C V_C - p_B V_B)$$

$$\downarrow \qquad \gamma = \frac{7}{5} \Rightarrow \frac{1}{1-\gamma} = -\frac{5}{2}$$

$$L_{B\to C} = -\frac{5}{2}(p_C V_C - p_B V_B)$$

$$L_{tot} = L_{A\to B} + L_{B\to C} + L_{C\to A}$$



$$= \ 0 - \frac{5}{2}(p_C V_C - p_B V_B) + p_A(V_A - V_C)$$

$$= -\frac{5}{2}(p_A V_C - p_B V_A) + p_A(V_A - V_C)$$

numericamente $L_{tot} = 1800 - 1280$ ⇨ $L_{tot} = 520\ J$

il rendimento di un ciclo termico e' $\eta = \frac{L_f + L_s}{Q_a} = \frac{L_{tot}}{Q_a}$

il sistema in esame acquisisce calore soltanto nel tratto AB del ciclo quindi per

calcolare η bastera' determinare la quantita'di calore Q_{AB}

c'e' qualche altra relazione indipendente da poter usare ?

Risp. : SI' il primo principio della termodinamica applicato da A a B

$$\Delta U_{AB} = Q_{AB} - L_{AB}$$

$$L_{AB} = 0$$

$$\Delta U_{AB} = Q_{AB}$$

$$Q_{AB} = nc_V(T_B - T_A)$$

$$= \frac{5}{2}nR(T_B - T_A)$$

$$= \frac{5}{2}(p_B V_B - p_A V_A)$$

$$V_B = V_A$$

$$Q_{AB} = \frac{5}{2}V_A(p_B - p_A) = 5000\ J$$

$$\eta = \frac{L_{tot}}{Q_a}$$

$$\eta = 10.4\%$$

Backup Slides