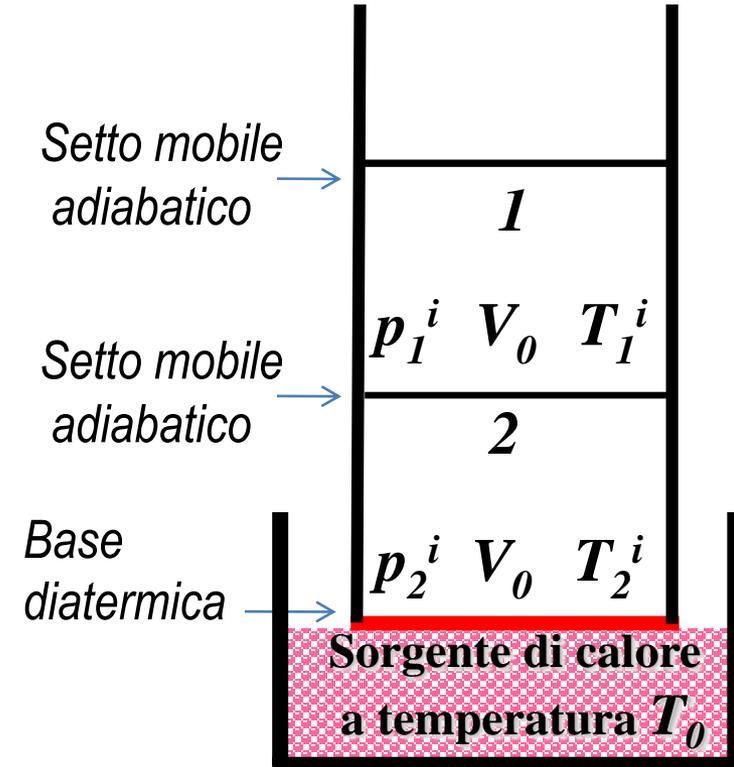


Un recipiente cilindrico ha pareti adiabatiche ed una base conduttrice in contatto con un termostato a temperatura T_0 il cilindro è fornito di due setti adiabatici, liberi di scorrere senza attrito, e contiene una mole di gas perfetto in ognuna delle due camere, in cui e' diviso, la # 1 superiore e la # 2 inferiore in contatto termico con il termostato.

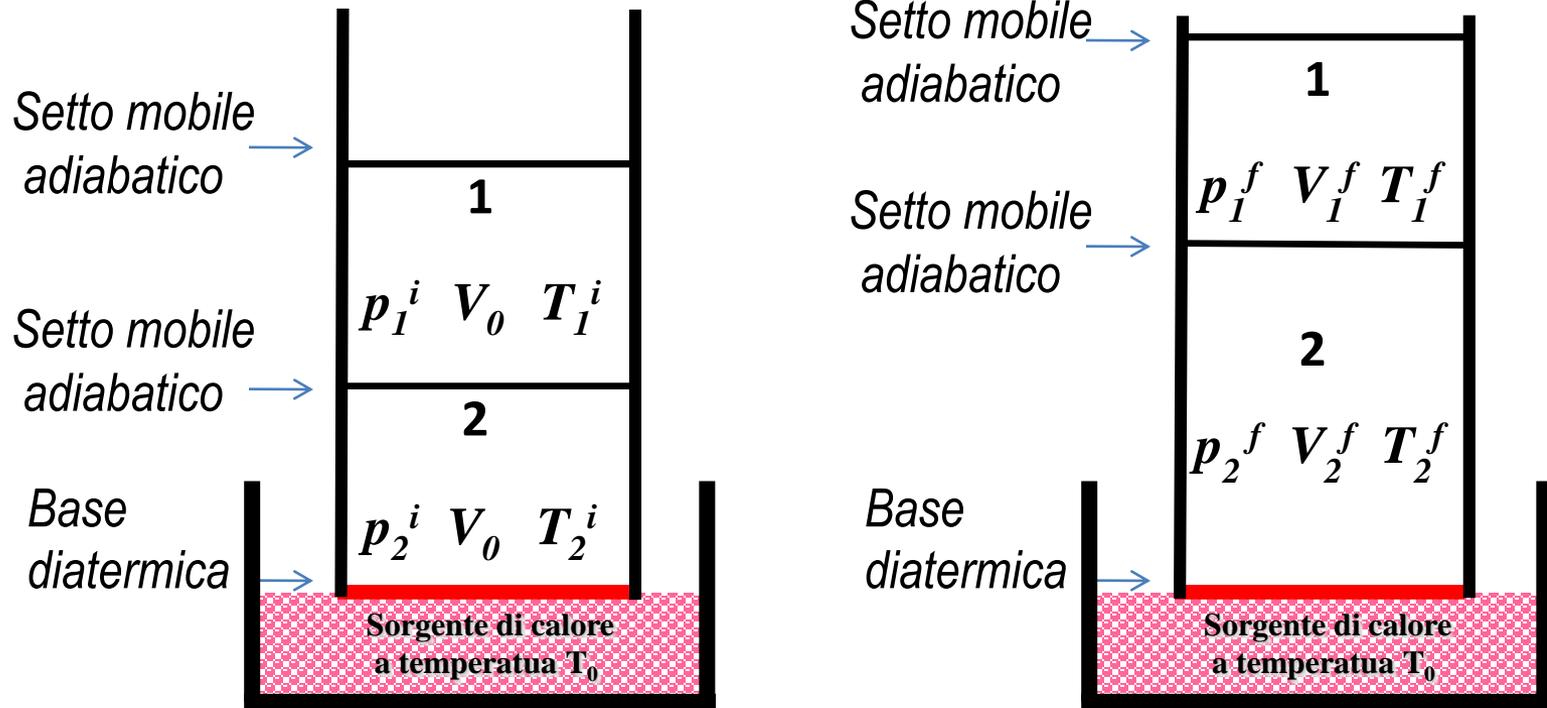
Inizialmente queste hanno lo stesso volume V_0 e il sistema è in equilibrio meccanico.

Agendo sul setto superiore si fa compiere al sistema un'espansione reversibile in modo che il gas contenuto nella

camera inferiore, la # 2, raddoppi il proprio volume.



Determinare l'espressione della temperatura finale T_1^f del gas contenuto nella camera # 1 ed il valore della variazione totale ΔS dell'entropia del sistema.



condizioni iniziali note :

$$V_1^i = V_2^i = V_0 \quad p_1^i = p_2^i = p_0 \quad \text{e} \quad T_2^i = T_0$$

condizioni finali date $V_2^f = 2V_0$ e $T_2^f = T_0$

$T_1^i = ?$ possiamo ricavarlo applicando l'equazione di stato dei gas perfetti

$$V_1^i = V_2^i = V_0 \quad P_1^i = P_2^i = P_0 \quad \text{e} \quad T_2^i = T_0$$

e dato che il numero delle moli di gas e' lo stesso si avra' $T_1^i = T_2^i = T_0$

lo stato iniziale e quello finale della trasformazione per assunzione sono sempre stati di equilibrio quindi potremo utilizzare l'equazione di stato dei gas perfetti

in questo caso $n = 1$ dato che vi è una mole di gas in ogni setto

quindi $pV = RT$ e nello stato iniziale per il gas 2 si avrà' $p_2^i V_2^i = RT_2^i$

ossia $p_0 V_0 = RT_0$ mentre nello stato finale per il gas 2 si avrà'

$p_2^f V_2^f = RT_2^f$ ossia $p_2^f 2V_0 = RT_0$ uguagliando le due relazioni

si ottiene $p_2^f 2V_0 = p_0 V_0 \Rightarrow p_2^f = \frac{1}{2} p_0$

occorre ora determinare le condizioni finali del gas nel comparto 1

le trasformazioni in gioco sono reversibili quindi i due gas saranno sempre in

equilibrio meccanico di conseguenza le pressioni nei due gas saranno

sempre uguali $\Rightarrow p_1^f = p_2^f = \frac{1}{2} p_0$

inoltre la trasformazione del gas nel primo comparto e' adiabatica in quanto non

si scambia calore tra i due gas potremo quindi utilizzare la relazione di Poisson

$$pV^\gamma = cost \quad \Rightarrow \quad p_1^i (V_1^i)^\gamma = p_1^f (V_1^f)^\gamma$$

ovvero $p_1^i (V_1^i)^\gamma = \frac{1}{2} p_0 (V_1^f)^\gamma$

ma $p_1^i = p_2^i = p_0 \Rightarrow p_0 (V_1^i)^\gamma = \frac{1}{2} p_0 (V_1^f)^\gamma$

$$\Rightarrow (V_1^i)^\gamma = \frac{1}{2} (V_1^f)^\gamma$$

poiche' $V_1^i = V_2^i = V_0 \Rightarrow V_0^\gamma = \frac{1}{2} (V_1^f)^\gamma$

$$\Rightarrow (V_1^f)^\gamma = 2V_0^\gamma \quad \text{in conclusione} \quad V_1^f = 2^{\frac{1}{\gamma}} V_0$$

per determinare la temperatura finale del gas T_1^f nel primo comparto potremo

riutilizzare l'equazione di stato dei gas perfetti $p_1^f V_1^f = RT_1^f$ e otterremo

$$T_1^f = \frac{p_1^f V_1^f}{R} = \frac{1}{2} \frac{p_0 2^{\frac{1}{\gamma}} V_0}{R} = \frac{2^{\frac{1}{\gamma}}}{2} T_0 = 2^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} T_0$$

l'entropia complessiva del sistema e' data dalla somma delle entropie dei due gas

nei due comparti pertanto $\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2$

il gas nel primo comparto compie una trasformazione adiabatica reversibile

quindi $\Delta S_1 = 0$

il gas nel secondo comparto e' a contatto con la sorgente di calore durante tutta la

la trasformazione quindi compie una trasformazione isoterma reversibile

pertanto
$$S_B - S_A = nR \ln \frac{V_B}{V_A}$$

o anche
$$S_B - S_A = -nR \ln \frac{P_B}{P_A}$$

in conclusione
$$\Delta S_2 = nR \ln \frac{V_2^f}{V_2^i} = R \ln 2$$

o anche
$$-R \ln \frac{P_2^f}{P_2^i} = -R \ln \frac{\frac{1}{2} P_0}{P_0} = R \ln 2$$

Backup Slides