Equazioni di Clapeyron

espressione del calore infinitesimo scambiato

$$đQ = nc_P dT - T\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p dp$$

$$đQ = nc_{\mathrm{v}} dT + T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V dV$$

$$đQ = nc_{\mathrm{v}}\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_V dp + nc_p\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_p dV$$

dimostrazione posticipata a dopo la trattazione del secondo principio della termodinamica

le equazioni di Clapeyron hanno una grande rilevanza fisica esempio esplicativo :

seconda equazione di Clapeyron

$$đQ = nc_{\mathrm{v}} dT + T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V dV$$

primo principio della termodinamica per trasformazioni quasi statiche o reversibili

$$dU = đQ - pdV$$

$$dU = nc_{\mathrm{v}} dT + T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V dV - pdV$$

equazione di stato del gas perfetto

$$pV = nRT$$

equazione di stato dei gas reali (equazione di Van der Waals)

$$\left(p + a\frac{n^2}{V^2}\right)\left(V - nb\right) = nRT$$

$$dU = nc_{\text{v}}dT + T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V dV - pdV$$

gas perfetto

$$pV = nRT$$

$$p = \frac{nRT}{V}$$

$$\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V = \frac{nR}{V}$$

$$dU_{g.p.} = nc_{\text{v}}dT + \frac{nRT}{V}dV - \frac{nRT}{V}dV$$

$$dU_{g.p.} = nc_{\text{v}}dT$$

gas reale

$$\left(p + a\frac{n^2}{V^2}\right)\left(V - nb\right) = nRT$$

$$p = \frac{nRT}{V - nb} - a\frac{n^2}{V^2}$$

$$\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V = \frac{nR}{V - nb}$$

$$dU_{g.r.} = nc_{\text{v}}dT + \frac{nRT}{V - nb}dV - \left(\frac{nRT}{V - nb} - a\frac{n^2}{V^2}\right)dV$$

$$dU_{g.r.} = nc_{\text{v}}dT + a\frac{n^2}{V^2}dV$$

l'energia interna e' una funzione di stato → sara' funzione di due variabili (al min.)

se $U = U(T,V)$ → $dU = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V dT + \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T dV$

gas perfetto

$$dU = nc_v dT$$

$$\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V = nc_V$$

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = 0$$

↓

$$\boxed{U = nc_v T + cost}$$

gas reale

$$dU = nc_v dT + a\frac{n^2}{V^2} dV$$

$$\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V = nc_V$$

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = a\frac{n^2}{V^2}$$

↓

$$\boxed{U = nc_v T - a\frac{n^2}{V} + cost}$$

equazioni di Clapeyron

primo principio termodinamica

equazione di stato del sistema

espressione generale della variazione infinitesima dell’energia interna

determinazione, a meno di una costante additiva, dell’ espressione analitica dell’energia interna

se ne deduce che

l’equazione di stato determina la struttura dell’energia interna

Backup Slides