

Energia potenziale di un sistema di punti materiali soggetti alla forza peso

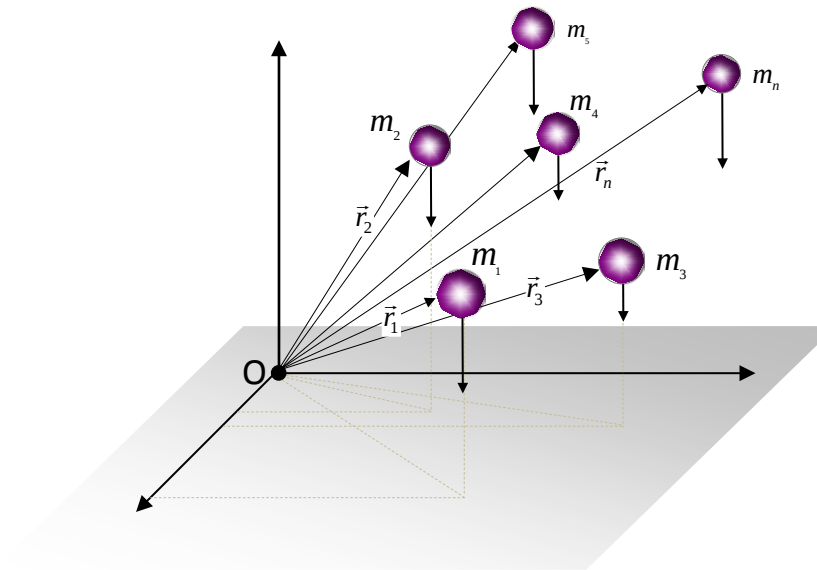
l'energia potenziale di un punto di massa m soggetto alla forza peso è mgz

quindi un sistema di n punti materiali avrà un'energia potenziale totale

$$E_p = \sum_{i=1}^n m_i g z_i = g \sum_{i=1}^n m_i z_i$$

la posizione del centro di massa è

$$\vec{r}_{CM} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^n m_i} = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2 + \dots m_n \vec{r}_n}{m_1 + m_2 + \dots m_n} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i}{M}$$



se scomponiamo questa relazione lungo gli assi in coordinati

per la coordinata z_{CM} del centro di massa otterremo

$$z_{CM} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i z_i}{\sum_{i=1}^n m_i} = \frac{m_1 z_1 + m_2 z_2 + \dots m_n z_n}{m_1 + m_2 + \dots m_n} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i z_i}{M}$$

da cui $\sum_{i=1}^n m_i z_i = M z_{CM}$ e visto che si aveva $E_p = g \sum_{i=1}^n m_i z_i$

ne consegue che $E_p = M g z_{CM}$