

Un volume $V_0 = 22.4 \text{ l}$ di azoto, assimilabile a un gas perfetto biatomico, inizialmente alla temperatura $T_0 = 0 \text{ }^\circ\text{C}$ e alla pressione $p_0 = 1 \text{ atm}$, viene compresso adiabaticamente e reversibilmente fino al volume $V_f = V_0/10$.

Determinare i valori:

- della pressione finale del gas p_f
- della temperatura finale del gas T_f
- del lavoro L compiuto dal gas verso l'esterno

la trasformazione e' adiabatica reversibile e il gas e' perfetto quindi potremo usare

le formule di Poisson inoltre il gas e' biatomico percio' $c_V = \frac{5}{2} R$

dalla relazione di Mayer $c_p = c_V + R \Rightarrow \frac{c_p}{c_V} = 1 + \frac{R}{c_V}$

ossia $\gamma = 1 + \frac{R}{c_V}$ da cui $\gamma = 1 + \frac{2}{5} = 1.4$

per ricavare la pressione :

$$pV^\gamma = cost \Rightarrow p_0 V_0^\gamma = p_f V_f^\gamma \quad \text{quindi} \quad p_f = p_0 \left(\frac{V_0}{V_f} \right)^\gamma = p_0 \left(\frac{10V_0}{V_0} \right)^{1.4}$$
$$= p_0 10^{1.4} = 25 \text{ atm}$$

per ricavare la temperatura :

$$TV^{\gamma-1} = cost \Rightarrow T_f = T_0 \left(\frac{V_0}{V_f} \right)^{\gamma-1} = T_0 10^{0.4} = 2.512 \cdot 273.15 = 686.1 \text{ K}$$

$$T_0 = 0^\circ\text{C} = 273.15 \text{ K} \Rightarrow \Delta T = 412.95 \text{ K} \simeq 413 \text{ K} \equiv 413 \text{ }^\circ\text{C}$$

per calcolare il lavoro si puo' usare $L = -\Delta U = -nc_V\Delta T = -n\frac{5}{2}R\Delta T$

attenzione : il volume molare e' di 22.414 litri e non di 22.4 litri quindi non siamo

in presenza di una mole esatta di gas ma di poco meno di una mole

per determinare n useremo l'equazione di stato dei gas perfetti nello stato iniziale,

che insieme a quello finale, per assunzione e' sempre uno stato di equilibrio

si ha $p_0V_0 = nRT_0 \Rightarrow n = \frac{p_0V_0}{RT_0}$ sostituendo si ottiene

$$L = -\frac{p_0V_0}{RT_0} \frac{5}{2} R\Delta T = -\frac{5}{2} \frac{p_0V_0}{T_0} \Delta T = -8579 J$$

oppure per calcolare il lavoro si puo' usare direttamente la

$$L = \frac{nR}{1-\tau} \Delta T$$

e dato che la trasformazione e' adiabatica

$$\tau = \gamma$$

$$\Rightarrow L = \frac{nR}{1-\gamma} \Delta T$$

$$\gamma = \frac{7}{5} \quad \Rightarrow \quad 1 - \gamma = 1 - \frac{7}{5} = -\frac{2}{5} \quad \text{quindi}$$

$$L = -\frac{5}{2} nR \Delta T$$

$$n = \frac{p_0 V_0}{RT_0} \quad \Rightarrow \quad L = -\frac{5}{2} \frac{p_0 V_0}{T_0} \Delta T$$

esattamente come prima

Backup Slides