

Corsi di laurea in ingegneria ambientale, chimica, civile, energetica, gestionale e dei processi gestionali A-K, meccanica e delle telecomunicazioni

Proff. A. Bertin, D. Galli, N Semprini Cesari, A. Vitale e A. Zoccoli

12 aprile 2002

(1)

- 1) Discutere e commentare sinteticamente il problema del moto relativo.
- 2) Discutere e commentare sinteticamente i concetti di massa inerziale e massa gravitazionale.
- 3) Il moto di due punti materiali nel piano xy è descritto dalle seguenti equazioni vettoriali:

$$\vec{r}_1 = v_{0x}t\vec{i} + v_{0y}t\vec{j} \quad \vec{r}_2 = w_{0x}t\vec{i} + w_{0y}t\vec{j}$$

Calcolare l'angolo formato dalle direzioni delle loro traiettorie.

Nella ipotesi che le loro masse siano rispettivamente m_1 e m_2 , calcolare la velocità del centro di massa del sistema.

- 4) Un punto materiale di massa M possiede una accelerazione data dall'espressione:

$$\vec{a} = \frac{1}{M} \left[(B - Axy^2z^2)\vec{i} - 2Ax^2yz^2\vec{j} - 2Ax^2y^2zk\vec{k} \right]$$

Se nel punto P di coordinate (0,1,1) possiede una velocità $\vec{v}(0,1,1) = v_0\vec{i}$, determinare:

- a) le dimensioni delle costanti A e B
- b) il raggio di curvatura ρ della traiettoria nel punto P.
- c) Verificare inoltre se la forza cui è soggetto il punto materiale è conservativa e determinare eventualmente l'espressione dell'energia meccanica totale del corpo nel punto P.

**Corsi di laurea in ingegneria ambientale, chimica, civile,
energetica, gestionale e dei processi gestionali A-K, meccanica e
delle telecomunicazioni**

Proff. A. Bertin, D. Galli, N Semprini Cesari, A. Vitale e A. Zoccoli

12 aprile 2002

(1)

- 5) Una piattaforma circolare omogenea, rigida, di massa M , raggio R e spessore trascurabile, è in quiete rispetto a un sistema di riferimento inerziale, è appoggiata in assenza di attrito su un piano orizzontale. Sul suo contorno si trova un cannoncino a molla, di massa trascurabile, che al tempo $t=0$ spara un proiettile, di massa m , lungo la direzione tangente alla piattaforma, con velocità di modulo v incognito. Assumendo nota l'energia potenziale E_p associata alla compressione della molla prima dello sparo, determinare in funzione dei dati del problema le espressioni delle seguenti grandezze fisiche in un istante generico t successivo allo sparo:
- a) il modulo della velocità angolare ω assunta dal disco (si indichi con I il momento d'inerzia del disco rispetto a un asse ad esso perpendicolare e passante per il suo centro di massa).
 - b) il modulo della velocità v_{CM} del centro di massa della piattaforma.
 - c) il modulo della velocità v del proiettile, in funzione di I , m , M , R^2 ed E_p .

Corsi di laurea in ingegneria ambientale, chimica, civile, energetica, gestionale e dei processi gestionali A-K, meccanica e delle telecomunicazioni

Proff. A. Bertin, D. Galli, N Semprini Cesari, A. Vitale e A. Zoccoli

12 aprile 2002

(2)

- 1) Discutere e commentare sinteticamente le leggi di Keplero.
- 2) Discutere e commentare sinteticamente le equazioni cardinali della dinamica.
- 3) Il moto di due punti materiali nel piano xy è descritto dalle seguenti equazioni vettoriali:

$$\vec{r}_1 = \left(\frac{1}{2} a_{0x} t^2 + v_{0x} t \right) \vec{i} + \left(\frac{1}{2} a_{0y} t^2 + v_{0y} t \right) \vec{j} \quad \vec{r}_2 = \left(\frac{1}{2} b_{0x} t^2 + w_{0x} t \right) \vec{i} + \left(\frac{1}{2} b_{0y} t^2 + w_{0y} t \right) \vec{j}$$

Calcolare l'angolo formato dalle direzioni delle loro traiettorie in un generico istante di tempo.

Nella ipotesi che le loro masse siano rispettivamente m_1 e m_2 , calcolare la velocità del centro di massa del sistema in un generico istante di tempo.

- 4) Un punto materiale di massa M possiede una accelerazione data dall'espressione

$$\vec{a} = \frac{1}{M} \left[(2Bx - Ax^2 y^3 z^3) \vec{i} - 3Ax^3 y^2 z^3 \vec{j} - 3Ax^3 y^3 z^2 \vec{k} \right]$$

Se nel punto P di coordinate $(1,0,0)$ possiede una velocità $\vec{v}(1,0,0) = v_0 \vec{j}$, determinare:

- a) le dimensioni delle costanti A e B ;
- b) il raggio di curvatura ρ della traiettoria nel punto P.
- c) Verificare inoltre se la forza cui è soggetto il punto materiale è conservativa e determinare eventualmente l'espressione dell'energia meccanica totale del corpo nel punto P.

**Corsi di laurea in ingegneria ambientale, chimica, civile,
energetica, gestionale e dei processi gestionali A-K, meccanica e
delle telecomunicazioni**

Proff. A. Bertin, D. Galli, N Semprini Cesari, A. Vitale e A. Zoccoli

12 aprile 2002

(2)

- 5) Una piattaforma circolare omogenea, rigida, di massa M , raggio R e spessore trascurabile, in quiete rispetto a un sistema di riferimento inerziale, è appoggiata in assenza di attrito su un piano orizzontale. Un proiettile, di massa $m=M/2$ e velocità di modulo v , viene sparato tangenzialmente alla piattaforma in modo tale che si conficchi nel suo bordo. Determinare in funzione dei dati del problema le espressioni delle seguenti grandezze fisiche in un istante generico t successivo all'urto:
- a) la velocità di traslazione v_{CM} del centro di massa del sistema;
 - b) scelto nel piano orizzontale un sistema di assi cartesiani (x, y) con l'asse x parallelo alla direzione d'incidenza del proiettile, la coordinata y_{CM} del centro di massa del sistema, e il suo momento d'inerzia I_{CM} rispetto a un asse perpendicolare al piano e passante per il centro di massa;
 - c) assumendo che nel sistema di riferimento prescelto l'asse x passi per il centro di massa del sistema, la velocità angolare di rotazione ω del sistema.

Corsi di laurea in ingegneria ambientale, chimica, civile, energetica, gestionale e dei processi gestionali A-K, meccanica e delle telecomunicazioni

Proff. A. Bertin, D. Galli, N Semprini Cesari, A. Vitale e A. Zoccoli

12 aprile 2002

(3)

- 1) Discutere e commentare sinteticamente il III principio della dinamica.
- 2) Specificare le condizioni di validità della legge $\mathfrak{M}_u^{(e)} = I_u \ddot{\phi}$.
- 3) Il moto di due punti materiali nel piano xy è descritto dalle seguenti equazioni vettoriali:

$$\vec{r}_1 = (v_{0x}t + s_{0x})\vec{i} + (v_{0y}t + s_{0y})\vec{j} \quad \vec{r}_2 = (w_{0x}t + p_{0x})\vec{i} + (w_{0y}t + p_{0y})\vec{j}$$

Calcolare l'angolo formato dalle direzioni delle loro traiettorie.

Nella ipotesi che le loro masse siano rispettivamente m_1 e m_2 , calcolare la velocità del centro di massa del sistema.

- 4) Un punto materiale di massa M possiede una accelerazione data dall'espressione

$$\vec{a} = \frac{1}{M} \left[(Bx^2 - Ay^2z^3)\vec{i} - 2Axyz^3\vec{j} - 3Axy^2z^2\vec{k} \right]$$

Se nel punto P di coordinate (1,1,0) possiede una velocità $\vec{v}(1,1,0) = v_0\vec{i}$, determinare:

- a) le dimensioni delle costanti A e B
- b) il raggio di curvatura ρ della traiettoria nel punto P.
- c) Verificare inoltre se la forza cui è soggetto il punto materiale è conservativa e determinare eventualmente l'espressione dell'energia meccanica totale del corpo nel punto P.

Corsi di laurea in ingegneria ambientale, chimica, civile, energetica, gestionale e dei processi gestionali A-K, meccanica e delle telecomunicazioni

Proff. A. Bertin, D. Galli, N Semprini Cesari, A. Vitale e A. Zoccoli

12 aprile 2002

(3)

- 5) Una piattaforma circolare omogenea, rigida, di massa M , raggio R e spessore trascurabile, in quiete rispetto a un sistema di riferimento inerziale, è appoggiata in assenza di attrito su un piano orizzontale, e incernierata ad un asse a perpendicolare al piano della piattaforma e passante per il centro di questa. Lungo un diametro della piattaforma, in una scanalatura rettilinea di dimensioni trasversali trascurabili possono scorrere senza attrito due punti materiali di uguale massa m , inizialmente in quiete, disposti simmetricamente a distanza d dall'asse a e collegati da una molla ideale di costante elastica k e massa trascurabile.

Un motore collegato ad a mette in rotazione il sistema fin quando esso acquisisce una velocità angolare costante ω e le due masse si mantengono ciascuna a distanza $(x+d)$ dall'asse di rotazione. Con riferimento a tale situazione di stabilità dinamica, e in funzione dei dati del problema, determinare le espressioni delle seguenti grandezze fisiche:

- a) il momento d'inerzia I_a del sistema rispetto all'asse di rotazione;
- b) la distanza x (in funzione di k , m , d e ω);
- c) il lavoro L_{est} compiuto dal motore.

Corsi di laurea in ingegneria ambientale, chimica, civile, energetica, gestionale e dei processi gestionali A-K, meccanica e delle telecomunicazioni

Proff. A. Bertin, D. Galli, N Semprini Cesari, A. Vitale e A. Zoccoli

12 aprile 2002

(4)

- 1) Discutere e commentare sinteticamente il concetto di forza apparente.
- 2) Discutere e commentare sinteticamente il concetto di energia.
- 3) Il moto di due punti materiali nel piano xy è descritto dalle seguenti equazioni vettoriali:

$$\begin{cases} \vec{r}_1 = \left(\frac{1}{2} a_{0x} t^2 + v_{0x} t + s_{0x} \right) \vec{i} + \left(\frac{1}{2} a_{0y} t^2 + v_{0y} t + s_{0y} \right) \vec{j} \\ \vec{r}_2 = \left(\frac{1}{2} b_{0x} t^2 + w_{0x} t + p_{0x} \right) \vec{i} + \left(\frac{1}{2} b_{0y} t^2 + w_{0y} t + p_{0y} \right) \vec{j} \end{cases}$$

Calcolare l'angolo formato dalle direzioni delle loro traiettorie in un generico istante di tempo.

Nella ipotesi che le loro masse siano rispettivamente m_1 ed m_2 , calcolare la velocità del centro di massa del sistema in un generico istante di tempo.

- 4) Un punto materiale di massa M possiede una accelerazione data dall'espressione

$$\vec{a} = \frac{1}{M} \left[(Bx^3 - 3Ax^2y^2z) \vec{i} - 2Ax^3yz \vec{j} - Ax^3y^2 \vec{k} \right]$$

Se nel punto P di coordinate $(1,1,0)$ possiede una velocità $\vec{v}(1,1,0) = v_0 \vec{i}$, determinare:

- a) le dimensioni delle costanti A e B
- b) il raggio di curvatura ρ della traiettoria nel punto P.
- c) Verificare inoltre se la forza cui è soggetto il punto materiale è conservativa e determinare eventualmente l'espressione dell'energia meccanica totale del corpo nel punto P.

**Corsi di laurea in ingegneria ambientale, chimica, civile,
energetica, gestionale e dei processi gestionali A-K, meccanica e
delle telecomunicazioni**

Proff. A. Bertin, D. Galli, N Semprini Cesari, A. Vitale e A. Zoccoli

12 aprile 2002

(4)

- 5) Una piattaforma circolare omogenea, rigida, di massa M , raggio R e spessore trascurabile, in quiete rispetto a un sistema di riferimento inerziale, è appoggiata in assenza di attrito su un piano orizzontale. Alla piattaforma vengono applicate due forze uguali e opposte, di moduli $F_1 = F_2 = F$, con direzioni parallele al piano della piattaforma, per un intervallo di tempo t noto. Si determinino in funzione dei dati del problema le espressioni delle grandezze fisiche seguenti:
- a) i moduli dell'accelerazione a_{CM} e della velocità v_{CM} del centro di massa del sistema, e il lavoro compiuto dalle forze nel tempo t se queste sono applicate nel centro di massa del sistema;
 - b) l'equazione del moto del sistema se le forze sono applicate e ortogonali agli estremi di un diametro della piattaforma e rimangono ortogonali a tale diametro durante il moto;
 - c) il lavoro compiuto dalle forze nel tempo t nel caso in cui esse siano applicate alla piattaforma come per la domanda b).