

(1)

1. Rispondere alle seguenti domande (si apprezza l'esattezza, la chiarezza, la completezza e la sintesi delle risposte).

- Dati i moduli non nulli  $a$  e  $b$ , diversi tra loro, di due vettori, quali sono i valori minimo e massimo che può assumere il modulo della somma  $\vec{a} + \vec{b}$ ?
- Quali, tra le componenti tangenziale, normale e binormale dell'accelerazione, sono nulle in un moto curvilineo uniforme?
- Due corpi di massa diversa sono appoggiati su di un tavolo. La forza vincolare esercitata dal tavolo sul corpo di massa maggiore è minore, uguale o maggiore della forza esercitata dal tavolo sul corpo di massa minore?
- In che direzione un corpo in moto sulla superficie terrestre viene deviato dalla forza di Coriolis?
- Nel moto di un pianeta attorno al Sole, si conserva la quantità di moto del pianeta? Si conserva la somma delle quantità di moto del Sole e del pianeta? Giustificare la risposta.
- Mostrare almeno una forza che non sia conservativa. Motivare la risposta.
- Tracciare nel diagramma di Clapeyron l'isoterma di un gas perfetto. Tracciare nel diagramma di Clapeyron l'isoterma di un vapore in equilibrio col proprio liquido.
- Con che modalità si può trasferire energia da un sistema termodinamico a un altro?
- Come si calcola la variazione di entropia di un sistema termodinamico conseguente a una trasformazione irreversibile?

2. Risolvere i seguenti esercizi.

a). Un punto materiale di massa  $m$  si muove con velocità  $\vec{v}$  avente direzione orizzontale e giacente su di un piano verticale. Il punto materiale urta elasticamente ed istantaneamente nel punto A (vedi figura) un disco rigido omogeneo di massa  $3m$  e raggio  $r$  incernierato a un piano verticale nel punto O. Determinare la velocità del punto materiale e la velocità angolare del disco dopo l'urto.

b). Sia dato il campo di forza:

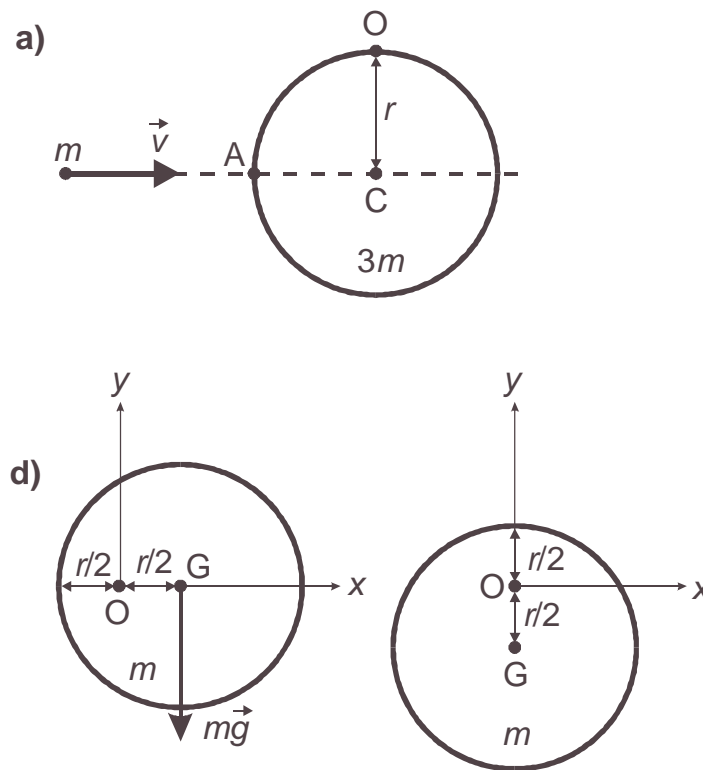
$$\vec{F}(x, y, z) = (2\alpha xy^2 z^2 + 2\beta x)\vec{i} + 2\alpha x^2 y z^2 \vec{j} + 2\alpha x^2 y^2 z \vec{k}$$

definito in  $\mathbb{R}^3$ . Verificare se esso è conservativo ed eventualmente determinarne il potenziale e l'energia potenziale. Determinare inoltre le dimensioni delle costanti  $\alpha$  e  $\beta$ .

c). Un sistema meccanico è costituito da 3 punti materiali, situati nei punti geometrici  $A(0,1m,1m)$ ,  $B(1m,0,1m)$  e  $C(2m,1m,0)$  e di massa rispettivamente pari a:  $m_A=1\text{kg}$ ,  $m_B=2\text{kg}$  e  $m_C=3\text{kg}$ . Determinare le 3 coordinate del centro di massa  $G(x_G, y_G, z_G)$ . Determinare inoltre i 3 momenti di inerzia  $I_x$ ,  $I_y$  e  $I_z$  rispetto agli assi cartesiani  $x$ ,  $y$  e  $z$ .

d). Un disco rigido omogeneo di massa  $m$  (vedi figura) è incernierato a un piano verticale nel punto O. Inizialmente il disco si trova in quiete con il centro di massa G alla stessa altezza del punto O, e in questo stato viene lasciato libero. Nell'istante  $t_1$  in cui il centro di massa G si trova sulla verticale passante per O e sotto di esso, determinare:

- la velocità angolare  $\vec{\omega}(t_1)$  del disco,
- la velocità  $\vec{v}_G(t_1)$  del centro di massa;
- la reazione vincolare  $\vec{R}(t_1)$  della cerniera.



(2)

1. Rispondere alle seguenti domande (si apprezza l'esattezza, la chiarezza, la completezza e la sintesi delle risposte).

- Dati i moduli non nulli  $a$  e  $b$ , diversi tra loro, di due vettori, quali sono i valori minimo e massimo che può assumere il modulo della differenza  $\vec{a} - \vec{b}$ ?
- Quali, tra le componenti tangenziale, normale e binormale dell'accelerazione, sono nulle in un moto rettilineo non uniforme?
- Che relazione esiste fra la forza di attrito statico e la forza attiva a cui l'attrito statico si oppone?
- In che direzione un grave in caduta libera sulla superficie terrestre viene deviato dalla forza di Coriolis?
- Nel moto di un pianeta attorno al Sole, si conserva il momento angolare del pianeta rispetto al centro del Sole? Si conserva il momento angolare del pianeta rispetto a un punto arbitrario? Perché?
- Il teorema delle forze vive vale soltanto per le forze conservative o vale anche per le forze dissipative?
- In alta montagna, l'acqua bolle a una temperatura inferiore, uguale o superiore a 100 °C? Perché?
- Si può rappresentare una trasformazione irreversibile nel diagramma di Clapeyron? Perché?
- Come si definisce la temperatura termodinamica assoluta?

2. Risolvere i seguenti esercizi.

a). Un punto materiale di massa  $3m$  si muove con velocità  $\vec{v}$  avente direzione orizzontale e giacente su di un piano verticale. Il punto materiale urta elasticamente ed istantaneamente nel punto A (vedi figura) un disco rigido omogeneo di massa  $m$  e raggio  $r$  incernierato a un piano verticale nel punto O. Determinare la velocità del punto materiale e la velocità angolare del disco dopo l'urto.

b). Sia dato il campo di forza:

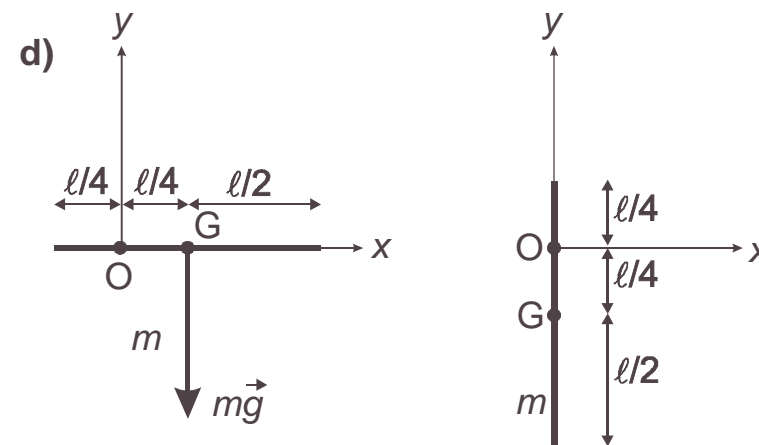
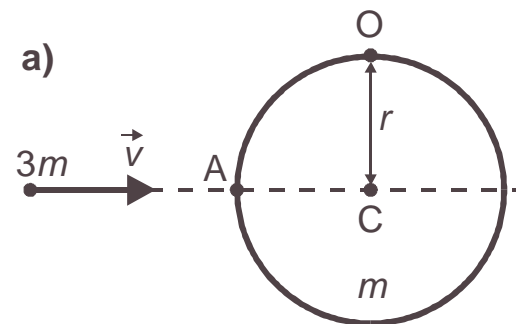
$$\vec{F}(x, y, z) = \alpha yz^2 \vec{i} + \alpha xz^2 \vec{j} + (2\alpha xyz + \beta) \vec{k}$$

definito in  $\mathbb{R}^3$ . Verificare se esso è conservativo ed eventualmente determinarne il potenziale e l'energia potenziale. Determinare inoltre le dimensioni delle costanti  $\alpha$  e  $\beta$ .

c). Un sistema meccanico è costituito da 3 punti materiali, situati nei punti geometrici  $A(0, -1m, 1m)$ ,  $B(1m, 0, 1m)$  e  $C(-2m, 1m, 0)$  e di massa rispettivamente pari a  $m_A = 1\text{kg}$ ,  $m_B = 2\text{kg}$  e  $m_C = 3\text{kg}$ . Determinare le 3 coordinate del centro di massa  $G(x_G, y_G, z_G)$ . Determinare inoltre i 3 momenti di inerzia  $I_x$ ,  $I_y$  e  $I_z$  rispetto agli assi cartesiani  $x$ ,  $y$  e  $z$ .

d). Una sbarra omogenea di massa  $m$  (vedi figura) è incernierata a un piano verticale nel punto O. Inizialmente la sbarra si trova in quiete con il centro di massa G alla stessa altezza del punto O, e in questo stato viene lasciata libera. Nell'istante  $t_1$  in cui il centro di massa G si trova sulla verticale passante per O e sotto di esso, determinare:

- la velocità angolare  $\vec{\omega}(t_1)$  della sbarra,
- la velocità  $\vec{v}_G(t_1)$  del centro di massa;
- la reazione vincolare  $\vec{R}(t_1)$  della cerniera.



(3)

1. Rispondere alle seguenti domande (si apprezza l'esattezza, la chiarezza, la completezza e la sintesi delle risposte).

- Dati i moduli non nulli  $a$  e  $b$ , diversi tra loro, di due vettori, quali sono i valori minimo e massimo che può assumere il prodotto scalare  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ ?
- Enunciare la formula fondamentale della cinematica dei corpi rigidi.
- Quale condizione è necessaria e sufficiente per l'equilibrio di un corpo rigido?
- Possono essere presenti la forza centripeta e la forza centrifuga in un sistema di riferimento inerziale?
- Quale principio di conservazione può spiegare la costanza della velocità aureolare nel moto dei pianeti? Motivare la risposta.
- Può conservarsi l'energia di un sistema meccanico soggetto a forze esterne con risultante e momento risultante entrambi diversi da zero?
- Che cosa rappresenta la temperatura critica? Qual è approssimativamente la temperatura critica dell'acqua?
- Che cos'è una mole? Come si definisce il calore molare?
- A quali condizioni una trasformazione termodinamica si dice quasi-statica? Quali condizioni deve soddisfare una trasformazione termodinamica per essere reversibile?

2. Risolvere i seguenti esercizi.

a). Un punto materiale di massa  $3m$  si muove con velocità  $\vec{v}$  avente direzione orizzontale e giacente su di un piano verticale. Il punto materiale urta elasticamente ed istantaneamente nel punto A (vedi figura) un disco rigido omogeneo di massa  $m$  e raggio  $r$  incernierato a un piano verticale nel punto O. Determinare la velocità del punto materiale e la velocità angolare del disco dopo l'urto.

b). Sia dato il campo di forza:

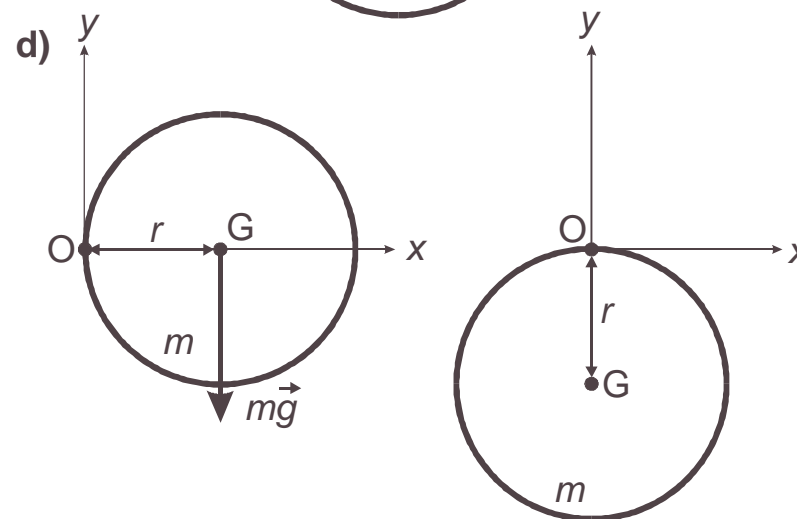
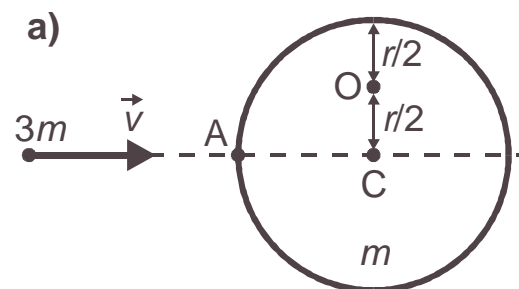
$$\vec{F}(x, y, z) = (\alpha y^2 z^3 + 2\beta x)\vec{i} + 2\alpha x y z^3 \vec{j} + 3\alpha x y^2 z^2 \vec{k}$$

definito in  $\mathbb{R}^3$ . Verificare se esso è conservativo ed eventualmente determinarne il potenziale e l'energia potenziale. Determinare inoltre le dimensioni delle costanti  $\alpha$  e  $\beta$ .

c). Un sistema meccanico è costituito da 3 punti materiali, situati nei punti geometrici A(1m,1m,1m), B(1m,0,2m) e C(3m,1m,0) e di massa rispettivamente pari a  $m_A=1\text{kg}$ ,  $m_B=2\text{kg}$  e  $m_C=3\text{kg}$ . Determinare le 3 coordinate del centro di massa  $G(x_G, y_G, z_G)$ . Determinare inoltre i 3 momenti di inerzia  $I_x$ ,  $I_y$  e  $I_z$  rispetto agli assi cartesiani  $x$ ,  $y$  e  $z$ .

d). Un disco rigido omogeneo di massa  $m$  (vedi figura) è incernierato a un piano verticale nel punto O. Inizialmente il disco si trova in quiete con il centro di massa G alla stessa altezza del punto O, e in questo stato viene lasciato libero. Nell'istante  $t_1$  in cui il centro di massa G si trova sulla verticale passante per O e sotto di esso, determinare:

- la velocità angolare  $\vec{\omega}(t_1)$  del disco,
- la velocità  $\vec{v}_G(t_1)$  del centro di massa;
- la reazione vincolare  $\vec{R}(t_1)$  della cerniera.



(4)

1. Rispondere alle seguenti domande (si apprezza l'esattezza, la chiarezza, la completezza e la sintesi delle risposte).

- i. Dati i moduli non nulli  $a$  e  $b$ , diversi tra loro, di due vettori, quali sono i valori minimo e massimo che può assumere il modulo del prodotto vettoriale  $\vec{a} \wedge \vec{b}$ ?
- ii. Quando il moto di un corpo rigido si dice rotatorio, traslatorio e rototraslatorio?
- iii. Si può trovare un vettore applicato che sia equivalente a un sistema di vettori applicati con risultante nulla e momento risultante diverso da zero?
- iv. Un punto materiale si muove di moto circolare uniforme. Elencare le forze e le accelerazioni osservate da un osservatore fermo e da un osservatore solidale al punto materiale.
- v. Si conserva la quantità di moto di un sistema meccanico isolato in presenza di forze interne non conservative?
- vi. Quali sono le unità di misura nel sistema internazionale delle seguenti grandezze: peso, massa, forza, quantità di moto, momento angolare, lavoro, energia. Specificarne inoltre le dimensioni.
- vii. Quanto vale approssimativamente la pressione di vapor saturo dell'acqua a 100 °C?
- viii. Un gas perfetto subisce: a) un'espansione adiabatica quasi-statica; b) un'espansione libera adiabatica. In entrambi i casi dire se la sua temperatura finale è superiore, uguale o inferiore a quella iniziale.
- ix. Un sistema subisce una compressione isoterma quasi-statica. Dire se è positiva, negativa o nulla: a) la variazione di entropia del sistema; b) la variazione di entropia dell'ambiente; c) la variazione di entropia dell'universo.

2. Risolvere i seguenti esercizi.

a). Un punto materiale di massa  $m$  si muove con velocità  $\vec{v}$  avente direzione orizzontale e giacente su di un piano verticale. Il punto materiale urta elasticamente ed istantaneamente nel punto A (vedi figura) un disco rigido omogeneo di massa  $3m$  e raggio  $r$  incernierato a un piano verticale nel punto O. Determinare la velocità del punto materiale e la velocità angolare del disco dopo l'urto.

b). Sia dato il campo di forza:

$$\vec{F}(x, y, z) = (\alpha yz + 3\beta x^2)\vec{i} + \alpha xz\vec{j} + \alpha xy\vec{k}$$

definito in  $\mathbb{R}^3$ . Verificare se esso è conservativo ed eventualmente determinarne il potenziale e l'energia potenziale. Determinare inoltre le dimensioni delle costanti  $\alpha$  e  $\beta$ .

c). Un sistema meccanico è costituito da 3 punti materiali, situati nei punti geometrici  $A(1m, -1m, 1m)$ ,  $B(1m, 0, 2m)$  e  $C(-3m, 1m, 0)$  e di massa rispettivamente pari a  $m_A=2\text{kg}$ ,  $m_B=1\text{kg}$  e  $m_C=3\text{kg}$ . Determinare le 3 coordinate del centro di massa  $G(x_G, y_G, z_G)$ . Determinare inoltre i 3 momenti di inerzia  $I_x$ ,  $I_y$  e  $I_z$  rispetto agli assi cartesiani  $x$ ,  $y$  e  $z$ .

d). Una sbarra omogenea di massa  $m$  (vedi figura) è incernierata a un piano verticale nel punto O. Inizialmente la sbarra si trova in quiete con il centro di massa G alla stessa altezza del punto O, e in questo stato viene lasciata libera. Nell'istante  $t_1$  in cui il centro di massa G si trova sulla verticale passante per O e sotto di esso, determinare:

- la velocità angolare  $\vec{\omega}(t_1)$  della sbarra,
- la velocità  $\vec{v}_G(t_1)$  del centro di massa;
- la reazione vincolare  $\vec{R}(t_1)$  della cerniera.

