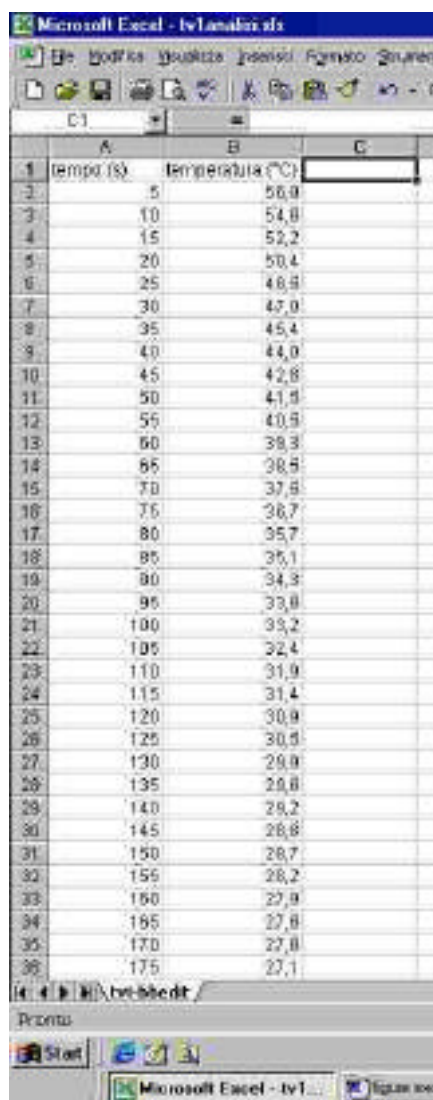


## Legge del raffreddamento di Newton

### Analisi completa

## ANDAMENTO DELLA TEMPERATURA IN FUNZIONE DEL TEMPO

I dati di temperatura ottenuti con l'esperimento sono stati trasferiti in un foglio di calcolo di Excel come quello in figura:



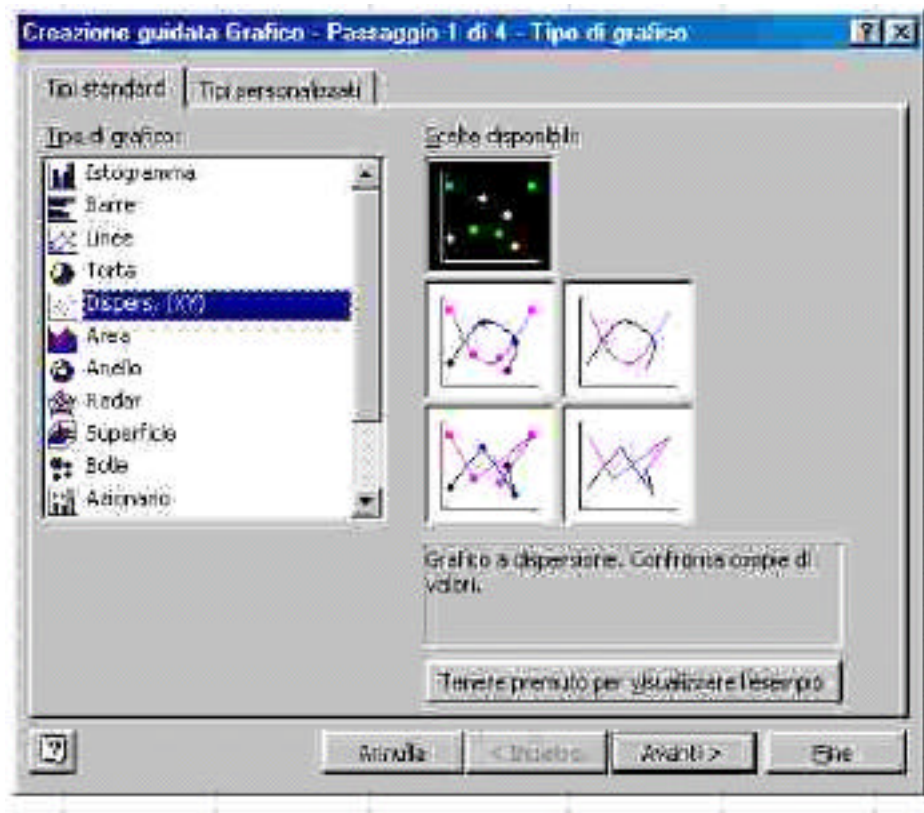
The screenshot shows a Microsoft Excel window titled "Microsoft Excel - tv1analisi.xls". The spreadsheet contains a table with two columns: "tempo (s)" in column A and "temperatura (°C)" in column B. The data starts at row 2 with a time of 5 seconds and a temperature of 56.9 °C, and continues down to row 36 with a time of 175 seconds and a temperature of 27.1 °C. The temperature decreases as time increases, following a cooling curve. The Excel interface includes a menu bar with options like "File", "Modifica", "Visualizza", "Inserisci", "Formattazione", and "Strumenti". The status bar at the bottom shows "Pronto" and the taskbar with the Start button and open applications.

	A	B	C
1	tempo (s)	temperatura (°C)	
2	5	56,9	
3	10	54,8	
4	15	52,2	
5	20	50,4	
6	25	48,8	
7	30	47,0	
8	35	45,4	
9	40	44,0	
10	45	42,8	
11	50	41,5	
12	55	40,5	
13	60	38,3	
14	65	38,5	
15	70	37,5	
16	75	36,7	
17	80	35,7	
18	85	35,1	
19	90	34,3	
20	95	33,8	
21	100	33,2	
22	105	32,4	
23	110	31,9	
24	115	31,4	
25	120	30,9	
26	125	30,5	
27	130	29,9	
28	135	29,8	
29	140	29,2	
30	145	28,8	
31	150	28,7	
32	155	28,2	
33	160	27,9	
34	165	27,8	
35	170	27,8	
36	175	27,1	

## 1) GRAFICO $T = f(t)$

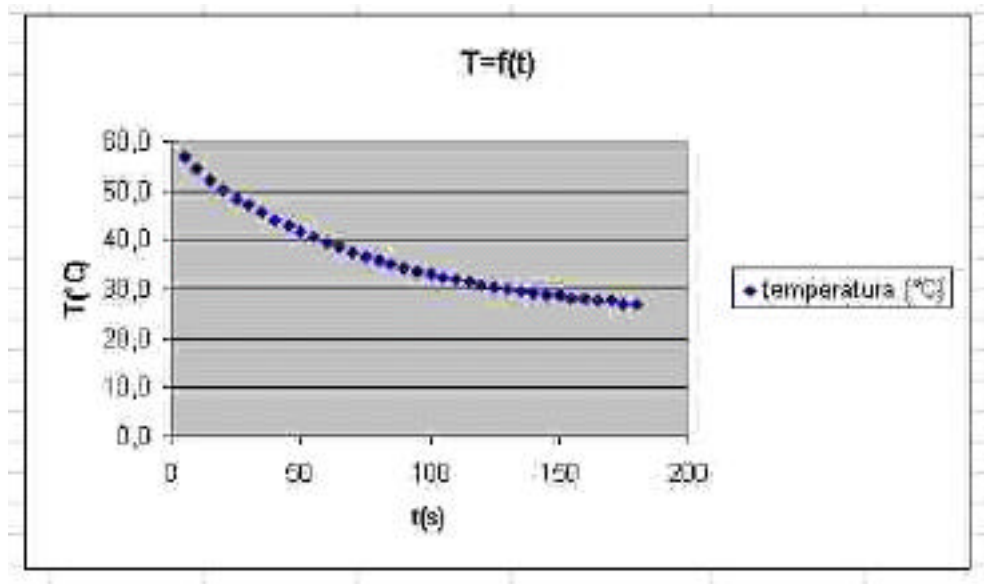
Per fare il grafico della temperatura in funzione del tempo puoi seguire i seguenti comandi:

- apri il menù a tendina “Inserisci”, seleziona “Grafico” e scegli il Tipo “Dispers. XY”.



- Scegli “Avanti” e, al passo successivo, spingi su “Serie”.
- Seleziona “Aggiungi” e, dopo avere cliccato nella casella “Valori X” seleziona i numeri della colonna A.
- Cancella gli eventuali caratteri presenti nella casella “Valori Y” e seleziona i numeri della colonna C.
- Scegli ancora “Avanti” e, se vuoi, specifica i titoli da inserire per gli assi x e y. Infine spingi “Fine”.

Il grafico che ne risulta è il seguente:



Come ci aspettavamo inizialmente la temperatura varia molto rapidamente per poi avvicinarsi sempre più lentamente alla temperatura ambiente con un andamento che appare esponenziale.

## 2) CALCOLO DIFFERENZE DI TEMPERATURE ( $\Delta T = T - T_0$ )

Per analizzare i dati dobbiamo sottrarre il valore della temperatura ambiente (nell'esempio analizzato  $T_0 = 23^\circ\text{C}$ ) a tutti i valori sperimentali che abbiamo ottenuto; potremo così cercare di interpolare i dati con una funzione esponenziale che tende a zero al passare del tempo (funzione inclusa nel menù di interpolazione di Excel).

Ti suggeriamo i comandi per eseguire la sottrazione: per prima cosa scrivi l'intestazione di colonna nella cella C1, poi inserisci la formula =B2-G\$2 nella cella C2 e copiala nelle colonne successive.

Microsoft Excel - tv1analisi.xls

File Modifica Visualizza Inserisci Formato Strumenti

SOMMA  $\times \checkmark = B2-G\$2$

	A	B	C
1	tempo (s)	temperatura (°C)	$\Delta(T)$
2	5	56,8	=B2-G\$2
3	10	54,8	
4	15	52,2	
5	20	50,4	
6	25	48,6	
7	30	47,0	

Microsoft Excel - tv1analisi.xls

File Modifica Visualizza Inserisci Formato Strumenti

C2  $= B2-G$2$

	A	B	C
1	tempo (s)	temperatura (°C)	$\Delta(T)$
2	5	56,8	33,9
3	10	54,8	
4	15	52,2	
5	20	50,4	
6	25	48,6	
7	30	47,0	
8	35	45,4	
9	40	44,0	
10	45	42,8	
11	50	41,5	
12	55	40,5	
13	60	39,3	
14	65	38,5	

Microsoft Excel - tv1analisi.xls

File Modifica Visualizza Inserisci Formato Strumenti

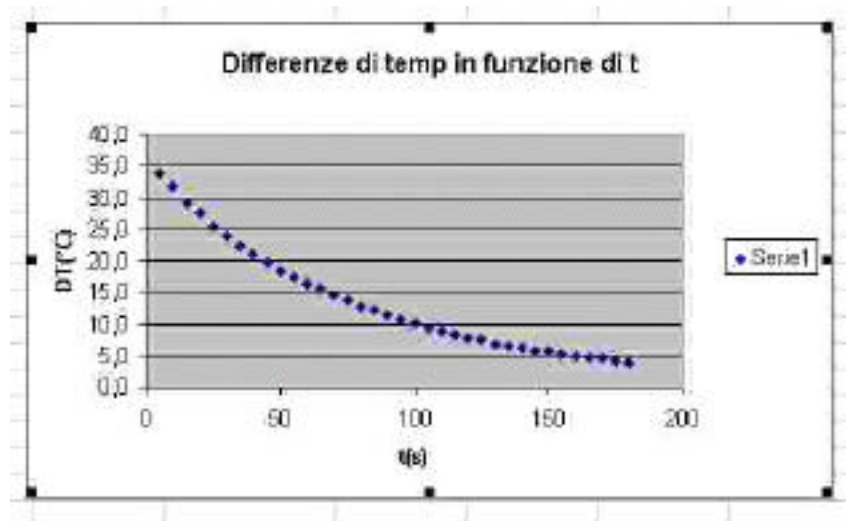
C2  $= B2-G$2$

	A	B	C
1	tempo (s)	temperatura (°C)	$\Delta(T)$
2	5	56,8	33,9
3	10	54,8	31,8
4	15	52,2	28,2
5	20	50,4	27,4
6	25	48,6	26,6
7	30	47,0	24,0
8	35	45,4	22,4
9	40	44,0	21,0
10	45	42,8	19,8

### 3) GRAFICO $DT = f(t)$

Adesso puoi fare il grafico delle differenze di temperatura in funzione del tempo (vedi “INSERIRE FORMULA” “COSTRUZIONE GRAFICO 2”).

Il grafico che ne risulta è il seguente:

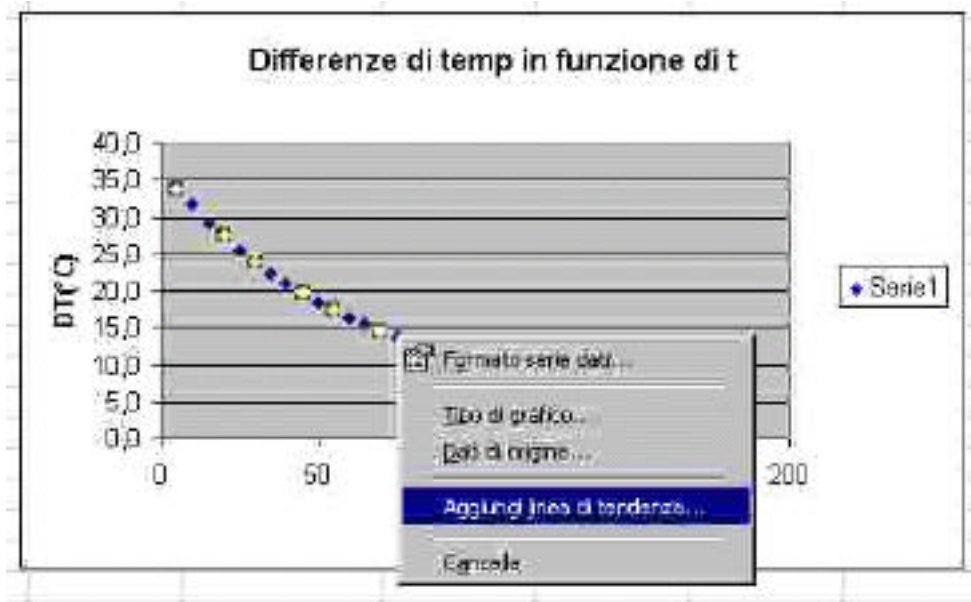


### 4) INTERPOLAZIONE ESPONENZIALE

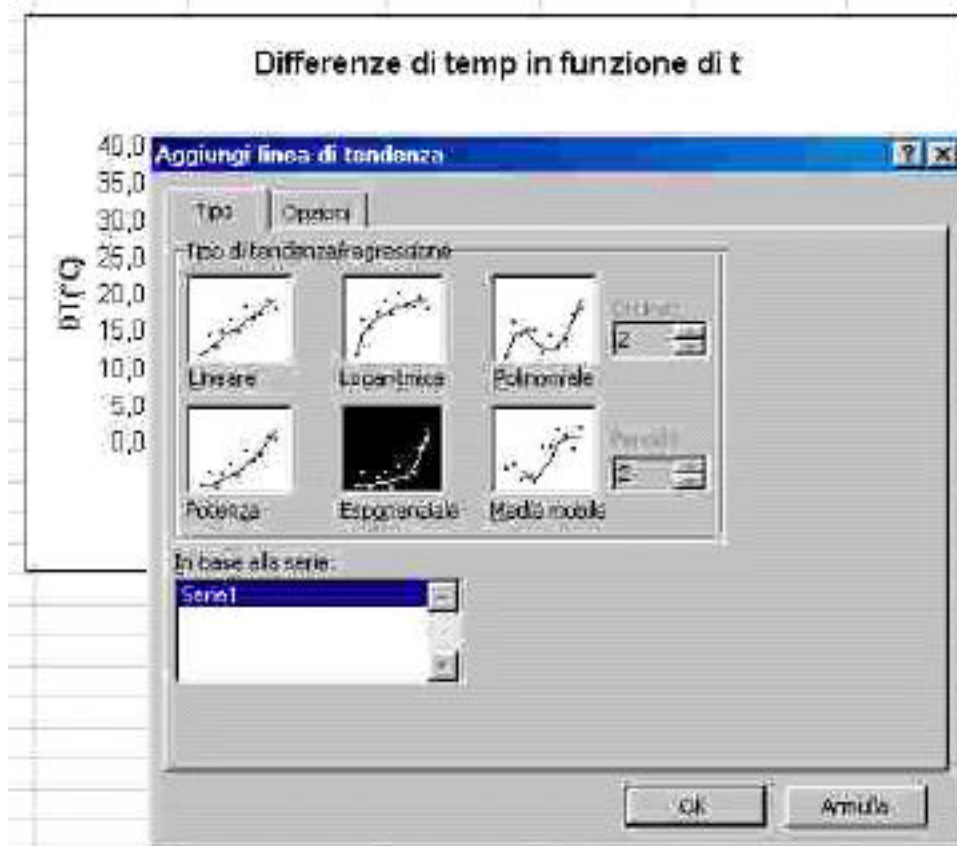
Ovviamente anche questa curva sembra essere una curva esponenziale, perciò conviene provare una interpolazione esponenziale.

Per realizzare la curva di regressione premi il tasto destro del mouse su uno dei punti del grafico.

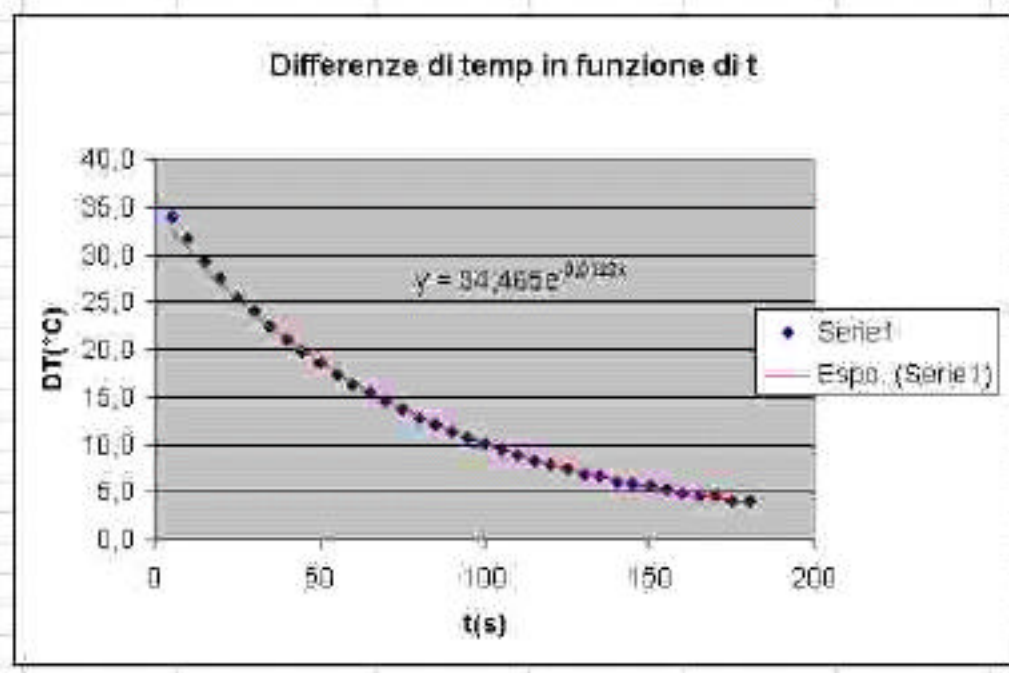
- Scegli “Aggiungi linea di tendenza”.



- Scegli "Esponenziale".



- Per rendere visibile sul diagramma anche l'equazione di regressione clicca su "Opzioni" e poi sulla casella "Visualizza l'equazione sul grafico".



La funzione che interpola i dati è  $y = 34,5 e^{-0,0122x}$  dove  $y$  è la differenza di temperatura rispetto alla temperatura ambiente e  $x$  il tempo, il valore 34,5 rappresenta il valore previsto dall'interpolazione per la differenza di temperatura al tempo zero.



## CONTROLLO DELL'ADATTAMENTO DELLA FUNZIONE AI DATI SPERIMENTALI

Per controllare la bontà dell'adattamento della funzione trovata, puoi provare a linearizzare la funzione rappresentando il logaritmo naturale delle differenze di temperatura in funzione del tempo.

Ci aspettiamo una dipendenza lineare in quanto

$$\ln(DT) = \ln(DT)_i - kt$$

dove

(DT) = differenze di temperatura

(DT)<sub>i</sub> = differenza iniziale di temperatura

k = coefficiente dell'esponenziale

### 1) CALCOLO LOGARITMO $\ln(DT)$

Calcola il logaritmo naturale di ogni valore di differenza della temperatura.

Per prima cosa scrivi l'intestazione di colonna nella cella F1, poi apri il menù a tendina "Inserisci", seleziona "Funzione" e scegli LN; infine copiala nelle colonne successive.

Se hai dei dubbi consulta "[INSERIRE FORMULE](#)".





Microsoft Excel - ty1analisi.xls

File Modifica Visualizza Inserisci Formato Strumenti Dati Finestra ?

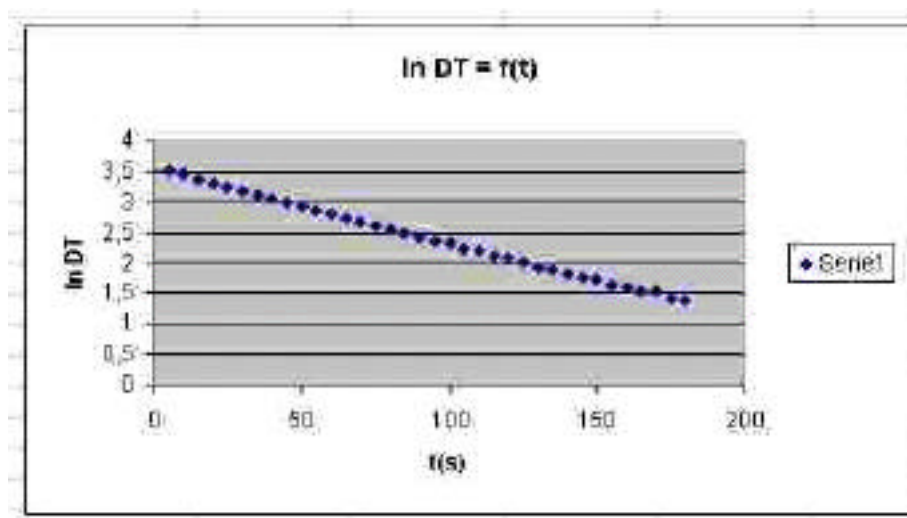
G33 =

	A	B	C	D	E	F	G
	tempo (s)	temperatura (°C)	$\Delta$ (T)			ln $\Delta$ (T)	temp. ambiente (°C)
1							23
2	5	58,9	33,9			3,5225207	
3	10	54,8	31,8			3,45443214	
4	15	52,2	29,2			3,37451112	
5	20	50,4	27,4			3,3116373	
6	25	48,5	25,5			3,23867845	
7	30	47,0	24,0			3,17880305	
8	35	45,4	22,4			3,10950729	
9	40	44,0	21,0			3,04499851	
10	45	42,8	19,8			2,98305968	

## 2) GRAFICO DI $\ln(DT)$ IN FUNZIONE DEL TEMPO.

Se per fare il grafico hai bisogno di aiuto consulta “[COSTRUZIONE GRAFICO 2](#)”.

Il grafico che ne risulta è il seguente:

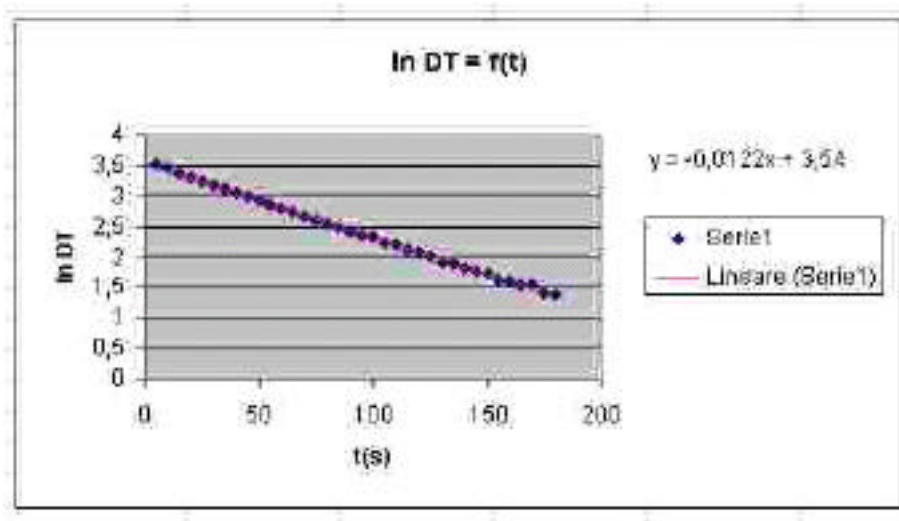


## 3) INTERPOLAZIONE LINEARE

Per realizzare la curva di regressione premi il tasto destro del mouse su uno dei punti del grafico.

Puoi seguire le istruzioni date in precedenza selezionando “lineare”.

Se hai bisogno di aiuto consulta “[INTERPOLAZIONE](#)”.



La funzione che interpola i dati è  $y = 3.54 - 0.0122x$  dove  $y$  è la differenza di temperatura rispetto alla temperatura ambiente e  $x$  il tempo.

#### 4) CONFRONTO COEFFICIENTI

Come ci aspettavamo il coefficiente angolare che hai appena calcolato ( $k = - 0.0122$ ) coincide perfettamente con il coefficiente esponenziale che hai calcolato in precedenza ( $k = - 0.0122$ ).

## LA LEGGE DI RAFFREDDAMENTO

L'andamento di  $T$  in funzione del tempo mostra che a parità di intervallo di tempo la variazione della differenza di temperatura dipende dalla differenza di temperatura stessa. Questo è ragionevole poiché la trasmissione di calore dal corpo all'ambiente è tanto maggiore quanto è maggiore la differenza di temperatura tra di essi (vedi [MODELLO TEORICO](#))

Ciò ci suggerisce di vedere se esiste una relazione tra la velocità di raffreddamento del corpo e la differenza di temperatura tra il corpo e l'ambiente.

Costruiamo un grafico della velocità di raffreddamento del corpo in funzione della differenza temperatura.

### 1) CALCOLO DELLA VELOCITA' $\Delta T/\Delta t = (T_n - T_{n-2}) / (t_n - t_{n-2})$

Per calcolare la velocità di raffreddamento inserisci la formula  $=(C4-C2)/(A4-A2)$  nella cella D3.

	A	B	C	D
1	tempo (s)	temperatura (°C)	Δ(T)	velocità (°C/s)
2	5	56,9	33,9	
3	10	54,6	31,6	-0,4660001
4	15	52,2	29,2	-0,421
5	20	50,4	27,4	-0,371
6	25	48,5	25,5	-0,348
7	30	47,0	24,0	-0,309
8	35	45,4	22,4	-0,298
9	40	44,0	21,0	-0,266
10	45	42,6	19,6	-0,247
11	50	41,5	18,5	-0,229

Copia questa formula nelle celle della colonna D fino alla cella D36.

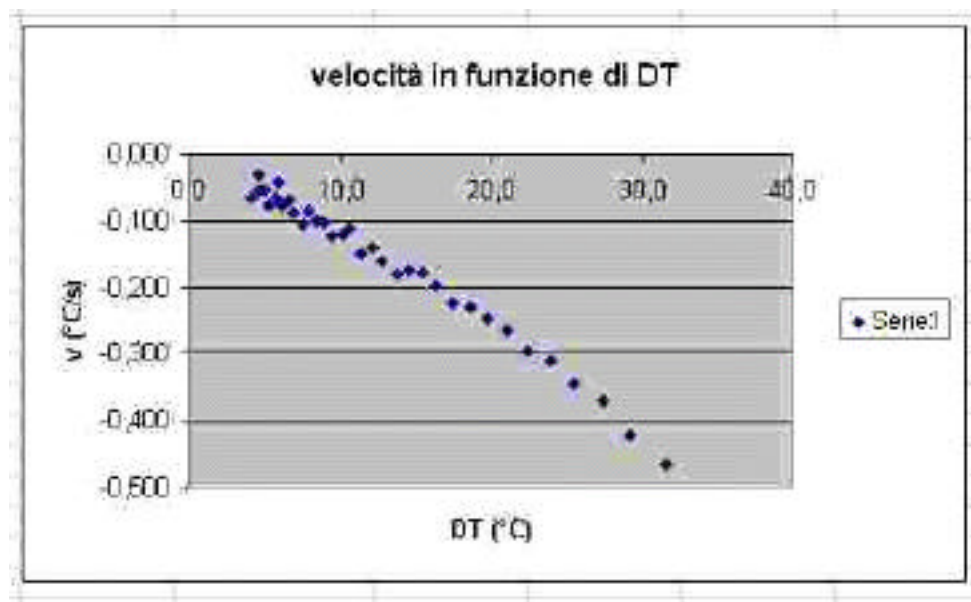
Scartiamo la D37 perché corrisponde al valore che si ottiene dal rapporto  $(C38 - C36)/(A38 - A36)$  dove  $C38 = A38 = 0$

Se hai dei dubbi consulta “[INSERIRE FORMULE](#)”.

## 2) GRAFICO DELLA VELOCITA' IN FUNZIONE DELLE DIFFERENZE DI TEMPERATURA $V = f(DT)$

A questo punto puoi fare il grafico della velocità di raffreddamento in funzione della differenza di temperatura e la successiva interpolazione .

Il grafico dovrebbe essere di questo tipo:

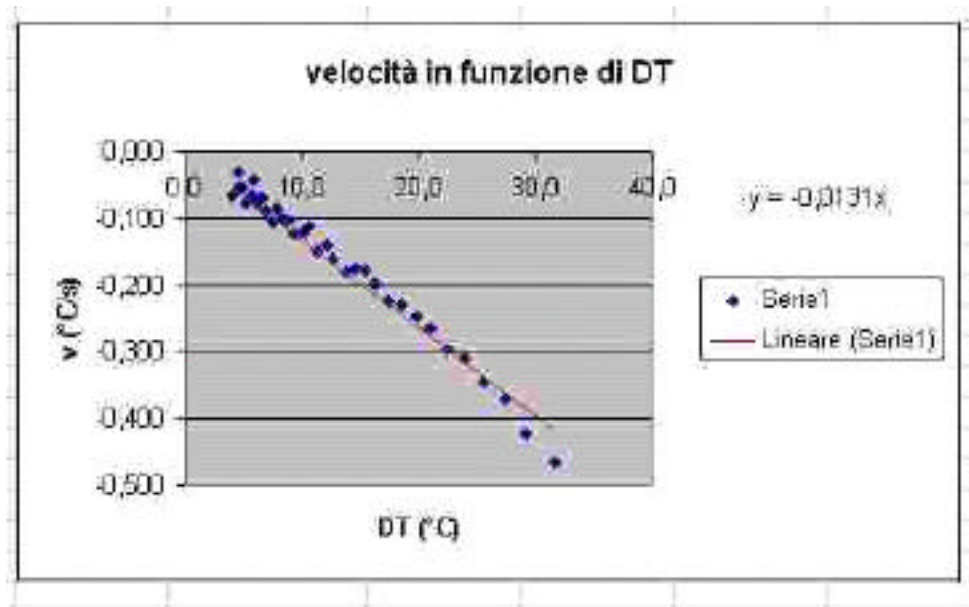


## 3) INTERPOLAZIONE LINEARE

L'andamento sembra essere lineare (i dati potrebbero esser bene interpolati da una retta passante per l'origine).

Premi il tasto destro del mouse su uno dei punti del grafico, scegli l'andamento lineare e, nel menù "Opzioni", richiedi l'equazione sul grafico e imposta l'intercetta = 0 in modo da richiedere che la retta passi per l'origine; dovrebbe apparire l'equazione di regressione lineare.

Se hai bisogno di aiuto consulta "[INTERPOLAZIONE](#)".



L'equazione della retta interpolata è  $y = - 0.0131x$  che indica che la velocità di raffreddamento è  $- 0.0131^{\circ}\text{C/s}$ .

La velocità di raffreddamento può essere espressa come la derivata della temperatura del corpo rispetto al tempo  $d T_c / dt$  (ovviamente  $d T_c / dt = d ( T_c - T_o ) / dt$ )

Perciò possiamo scrivere l'equazione  $d T_c / dt = -k (T_c - T_o)$

con :

$k$  = valore assoluto del coefficiente angolare della retta

$T_c$  = temperatura del corpo in  $^{\circ}\text{C}$

$T_o$  = temperatura ambiente in  $^{\circ}\text{C}$

La velocità di raffreddamento è dunque proporzionale alla differenza di temperatura tra l'oggetto e l'ambiente.

Questa equazione è chiamata LEGGE DEL RAFFREDDAMENTO DI NEWTON. (vedi [MODELLO TEORICO](#))

Il risultato trovato conferma inoltre che l'andamento di  $T_c - T_o$  in funzione del tempo è ben rappresentato da una funzione esponenziale: infatti è nel caso di una funzione esponenziale che la derivata risulta proporzionale alla funzione stessa.

La leggera differenza tra il valore dell'esponente della funzione esponenziale e quello del coefficiente angolare della retta è solo un effetto dovuto alla diversa elaborazione matematica dei dati.