

ESAME SCRITTO DI FISICA GENERALE LA

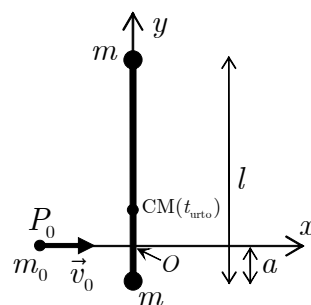
INGEGNERIA GESTIONALE e DEI PROCESSI GESTIONALI A-K, MECCANICA, ENERGETICA, INFORMATICA A-F e
DELL'AUTOMAZIONE, PER L'AMBIENTE E IL TERRITORIO, PER L'INDUSTRIA ALIMENTARE e CHIMICA

(Proff. A. Bertin, D. Galli, N. Semprini Cesari, A. Vitale e A. Zoccoli)

25/3/2004

(3)

Su un piano orizzontale e liscio sono collocate due particelle uguali di massa $m = 0.5$ Kg, tra di loro collegate da un'asta rigida di massa trascurabile e lunghezza $l = 60$ cm. Il sistema è inizialmente in quiete. Una particella di massa $m_0 = 2m$ si muove sul piano con velocità \vec{v}_0 (di modulo $v_0 = 3$ m/s) ortogonale all'asta, urta quest'ultima anelasticamente e vi rimane conficcata in un punto distante $a = \frac{1}{6}l$ da un suo



estremo. Facendo riferimento al sistema cartesiano Oxy in cui l'asse x coincide con la direzione di \vec{v}_0 e l'asse y contiene l'asta nella sua posizione iniziale, determinare:

- la velocità del centro di massa del sistema (CM) prima dell'urto e dopo l'urto,
- la traiettoria del CM dopo l'urto,
- il momento d'inerzia del sistema dopo l'urto, calcolato rispetto all'asse baricentrico ortogonale al piano del moto,
- la velocità angolare del sistema dopo l'urto (suggerimento: riferirsi al CM come centro di riduzione prima e dopo l'urto).

QUESITI

- Un punto materiale di massa m viene lanciato orizzontalmente con velocità di modulo v_0 . Calcolare il raggio di curvatura della traiettoria immediatamente dopo il lancio.
- Un telaio a forma di triangolo equilatero di lato l e massa M è disposto verticalmente ed appoggiato a terra su di un lato. Calcolare l'energia potenziale del telaio rispetto a terra.
- Si enunci in forma generale il terzo principio della dinamica. Mostrare che la condizione che le forze interne siano dirette lungo le congiungenti dei punti materiali del sistema comporta che sia nulla la somma dei loro momenti (limitarsi al caso di un sistema di due punti materiali).

- 4) Dimostrare che il campo di forze $\vec{F}(x, y, z) = \frac{kx}{x^2 + y^2} \vec{i} + \frac{ky}{x^2 + y^2} \vec{j}$ (dove $k = 1 \text{ J}$) è conservativo e calcolare il lavoro che esso compie su una particella che si sposta dal punto $A \equiv (3, 0, 0) \text{ m}$ al punto $B \equiv (0, -4, 5) \text{ m}$.

Soluzioni LA(3)

Q1) $g = \frac{v_0^2}{R}; R = \frac{v_0^2}{g}$

Q2) $E = Mgz_{CM} = Mgl \frac{\sqrt{3}}{6}$

Q4) $L_{AB} = k \ln \frac{4}{3} = 1.33 \text{ J}$, calcolato ad esempio lungo i tratti $(3, 0, 0) \text{ m} \rightarrow (0, -3, 0) \text{ m}$ [arco di circonferenza con centro in $(0, 0, 0)$, $L = 0$], $(0, -3, 0) \text{ m} \rightarrow (0, -3, 5) \text{ m}$ [rettilineo, $L = 0$] e $(0, -3, 5) \text{ m} \rightarrow (0, -4, 5) \text{ m}$ [rettilineo, $L = \int_{-3 \text{ m}}^{-4 \text{ m}} \frac{k}{y} dy = k \ln |y|_{-3}^{-4} = k \ln \frac{4}{3}$].

a) $\vec{v}_{CM} = \frac{\vec{P}_{tot}}{m_{tot}}$ costante prima e dopo l'urto (forze tutte interne)

$$\vec{v}_{CM} = \frac{m_0 \vec{v}_0}{m + m + m_0} = \frac{2m \vec{v}_0}{4m} = \frac{\vec{v}_0}{2} = 1.5 \text{ m/s } \vec{i}$$

- b) Traiettoria rettilinea parallela all'asse x :

$$y_{CM} = \text{cost} = \frac{m(l - a) - ma}{m + m + m_0} = a = 0.1 \text{ m}$$

c) $I = m(l - 2a)^2 + 2ma^2 + m4a^2 = 0.11 \text{ Kg m}^2$

- d) Il momento delle forze esterne è nullo per cui \vec{K}_{tot} è costante. Rispetto al centro di riduzione del CM abbiamo allora

$$\overrightarrow{GP}_0 \wedge m_0 \vec{v}_0 = I_{CM} \omega \vec{k}$$

$$m_0 v_0 a = I_{CM} \omega; \vec{\omega} = \frac{m_0 v_0 a}{I_{CM}} \vec{k} = 2.7 \text{ rad/s } \vec{k}$$