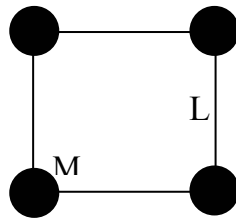


ESAME SCRITTO DI FISICA GENERALE LA

(Proff. A. Bertin, A. Vitale, N. Semprini Cesari e A. Zoccoli)

16/12/2005

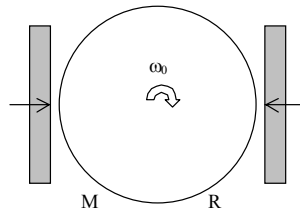
- 1) Verificare se il campo di forze $\vec{F}(x,y,z) = -\alpha \{ 3x^2 \vec{i} + 3z^2 \vec{j} + 6yz \vec{k} \}$ è conservativo e calcolarne, eventualmente, l'espressione dell'energia potenziale.
- 2) Spiegare per quale motivo nel moto planetario il momento angolare si conserva.
- 3) Discutere la seconda equazione cardinale della meccanica e mostrare in che modo si deriva l'equazione valida per i sistemi rigidi rotanti attorno ad un asse fisso.
- 4) Determinare il momento d'inerzia del sistema di quattro masse identiche mostrato in figura rispetto ad un asse passante per una di esse e normale al piano su cui giacciono.



Problema

Un disco omogeneo di massa M e raggio R è libero di ruotare, con velocità angolare costante ω_0 , attorno ad un asse orizzontale passante per il suo centro e perpendicolare al piano che lo contiene. Un dispositivo di frenamento, costituito da due spazzole in grado di stringersi sul bordo del disco, fornisce una forza di attrito di modulo costante F_a .

Calcolare il momento d'inerzia del disco (si richiedono tutti i passaggi). Calcolare modulo direzione e verso del momento delle forze applicate al sistema quando entra in azione il dispositivo di frenamento. Calcolare il tempo necessario affinché il disco si fermi.



$$1) \quad V = \alpha(x^3 + 3z^2y)$$

2) Assumendo il punto occupato dal sole come polo di riduzione abbiamo la seguente espressione del momento delle forze applicata al pianeta

$$\vec{m} = \vec{r} \wedge \vec{f} = \vec{r} \wedge \left(-G \frac{Mm}{r^3} \vec{r}\right) = -G \frac{Mm}{r^3} \vec{r} \wedge \vec{r} = \vec{0} = \frac{d\vec{l}}{dt}$$

da cui consegue che il momento angolare del pianeta è costante.

$$4) \quad I = \sum_{i=1}^N r_i^2 m_i = ML^2 + ML^2 + M\sqrt{L^2 + L^2} = 4ML^2$$

Soluzione Problema

$$I = \int_{Disco} r^2 dm = \int_{Disco} r^2 \sigma 2\pi r dr = \pi \sigma \frac{R^4}{2} = \frac{1}{2} M R^2$$

Assumendo il centro del disco come polo di riduzione e l'asse delle z coincidente con l'asse di rotazione (verso uscente dal piano della figura) otteniamo

$$\vec{M} = \vec{r}_1 \wedge \vec{f}_1 + \vec{r}_2 \wedge \vec{f}_2 = 2|\vec{r}||\vec{f}|\hat{k} = 2RF_a\hat{k}$$

Il tempo si calcola nel modo seguente

$$M_\omega = I \dot{\omega} \quad 2RF_a = \frac{1}{2} MR^2 \frac{d\omega}{dt}$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{4F_a}{MR} \quad \int_0^T dt = \frac{MR}{4F_a} \int_{-\omega_0}^0 d\omega$$

$$T = \frac{MR}{4F_a} \omega_0$$