

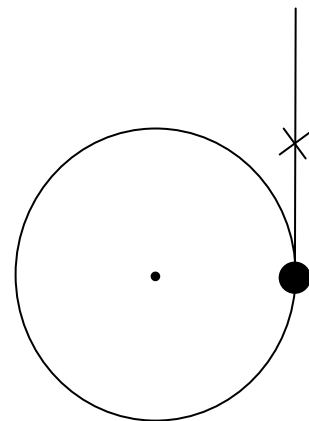
Quesiti

1) Un punto materiale di massa m , scagliato obliquamente, si muove secondo le equazioni orarie $x(t) = v_{0x}t$; $y(t) = v_{0y}t - 1/2gt^2$. Determinare in funzione del tempo l'angolo formato dai vettori velocità ed accelerazione. Determinare tale angolo all'istante iniziale.

2) Sia dato un campo di forza la cui energia potenziale è descritta dalla relazione $U(x,y,z) = K_1r^2 - 2K_2y$ dove K_1 e K_2 sono costanti positive e r è il vettore posizionale del generico punto $P(x,y,z)$. Determinare: a) l'espressione vettoriale del campo di forza; b) il raggio di curvatura della traiettoria di un punto materiale di massa M quando questo si trova nel punto $P(0,1,0)$ con velocità $v(0,1,0) = v_0 \mathbf{j}$.

3) Calcolare la posizione del centro di massa una asticella di lunghezza L , densità lineare di massa $\lambda(x) = \lambda_0 x$ e massa M (esprimere il risultato in funzione di L ed M).

4) Determinare l'accelerazione angolare del disco nel momento in cui viene tagliato il filo che lo mantiene in equilibrio (R ed M , raggio e massa del disco; disco omogeneo; m , massa posta sul bordo del disco; $I = 1/2 MR^2$ momento d'inerzia del disco).



5) Commentare il concetto di massa gravitazionale.

6) Mostrare i passaggi che conducono alla formulazione della conservazione della energia meccanica.

Termodinamica

1) Calcolare la variazione di entropia di $n=4$ moli di un gas perfetto monoatomico che subisce una trasformazione isobara quasi statica nel corso della quale la temperatura aumenta di quattro volte.

2) Mostrare l'equivalenza degli enunciati di Clausius e Kelvin-Planck del secondo principio della termodinamica.

Meccanica

1)

$$\vec{r} = (v_0 t) \vec{i} + (v_{0y} t - 1/2 g t^2) \vec{j} \quad \vec{v} = (v_{0x}) \vec{i} + (v_{0y} - g t) \vec{j} \quad \vec{a} = -g \vec{j}$$

$$\alpha(t) = \frac{\vec{v} \cdot \vec{a}}{|\vec{v}| |\vec{a}|} = \frac{-g(v_{0y} - g t)}{g \sqrt{(v_{0x})^2 + (v_{0y} - g t)^2}} = \frac{-(v_{0y} - g t)}{\sqrt{(v_{0x})^2 + (v_{0y} - g t)^2}}$$

$$\alpha(0) = \frac{-v_{0y}}{\sqrt{(v_{0x})^2 + (v_{0y})^2}}$$

2)

$$\vec{F} = \vec{\nabla} U \Rightarrow \quad \quad \quad \Rightarrow \vec{F} = 2K_1 (x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}) - 2K_2 \vec{j}$$
$$F_x = \frac{\partial U}{\partial x} = 2K_1 x$$

$$F_y = \frac{\partial U}{\partial y} = 2K_1 y - 2K_2$$

$$F_z = \frac{\partial U}{\partial z} = 2K_1 z$$

$$\vec{F}(0,1,0) = 2(K_1 - K_2) \vec{j} \quad \|\vec{v}(0,1,0) = 2v_0 \vec{j} \Rightarrow \frac{v^2}{\rho} = 0 \Rightarrow \rho \rightarrow \infty$$

3)

$$x_{CM} = \int_0^L x \lambda_0 dx = \lambda_0 \frac{1}{3} x^3 \Big|_0^L = \frac{\lambda_0}{3} L^3$$

$$M = \int_0^L \lambda_0 x dx = \lambda_0 \frac{1}{2} x^2 \Big|_0^L = \frac{\lambda_0}{2} L^2 \quad \lambda_0 = \frac{2M}{L^2}$$

$$x_{CM} = \frac{\lambda_0}{3} L^3 = \frac{2M}{L^2} \frac{1}{3} L^3 = \frac{2}{3} ML$$

4)

$$\vec{M}^e = (-mg \vec{k}) \wedge (R \vec{j}) = mgR \vec{i}$$

$$\hat{\omega} \cdot \vec{M}^e = \vec{i} \cdot mgR \vec{i} = mgR$$

$$I = \frac{1}{2} MR^2 + mR^2$$

$$\ddot{\phi} = \frac{\hat{\omega} \cdot \vec{M}^e}{I} = \frac{mgR}{\frac{1}{2} MR^2 + mR^2} = \frac{2m}{M + 2m} \frac{g}{R}$$

Termodinamica

$$dS = \frac{dQ}{T} = n C_v \frac{dT}{T} + nR \frac{dV}{V}$$

$$PV = nRT \quad V = \frac{nR}{P} T \quad dV = \frac{nR}{P} dT$$

$$dS = \frac{dQ}{T} = n C_v \frac{dT}{T} + nR \frac{dV}{V} = n C_v \frac{dT}{T} + nR \frac{nR}{P} dT \frac{P}{nR} \frac{1}{T} = n C_p \frac{dT}{T}$$

$$\int_{S_I}^{S_F} dS = \int_{V_I}^{V_F} n C_p \frac{dT}{T} \quad S_F - S_I = n C_p \ln \frac{T_F}{T_I} = 4 \frac{5}{2} R \ln 4$$