Moto circolare: velocita' e accelerazioni angolari

per descrivere l'andamento dei *moduli* di velocita' ed accelerazione si possono

utilizzare anche grandezze angolari

velocita' angolare $\omega = d\theta/dt$

accelerazione angolare $\alpha = d\omega/dt$

per definizione $v = ds/dt$ ma $ds = r\, d\theta$ e differenziando $r\, d\theta$

rispetto al tempo, dato che nel moto circolare, r e' costante

si ha $v = r\, d\theta/dt$ $\Rightarrow$ $v = \omega\, r$

per l' accelerazione tangenziale

$a_t = d\mathrm{v}/dt$ ma $\mathrm{v} = \omega\, r$

differenziando rispetto al tempo, dato che r e' costante si ha :

$a_t = r\, d\omega/dt \Rightarrow a_t = \alpha\, r$

per l' accelerazione centripeta $a_c = \mathrm{v}^2/r$ ma $\mathrm{v} = \omega\, r$

$a_c = r^2\omega^2/r \Rightarrow a_c = \omega^2\, r$

Periodo e frequenza

il tempo impiegato a percorrere una intera circonferenza, in termini angolari ,

il tempo impiegato a spazzare un angolo giro, e' detto "*periodo*" (T)

nel S.I. il periodo si misura in secondi

da $t = s/\mathrm{v}$ in un moto circolare uniforme il periodo sara' $T = 2\pi r/\mathrm{v}$

ossia $2\pi r/\ \omega\, r$ ⇨ $\boldsymbol{T = \dfrac{2\pi}{\omega}}$

si definisce *“frequenza”* l’inverso del periodo, la frequenza si indica con la

lettera greca ν ⇨ $\nu = \frac{1}{T}$ nel S.I. la frequenza si misura in s^{-1} (hertz)

combinando la $T = 2\pi/\omega$ con la $\nu = 1/T$ si ottiene :

$$\omega = 2\pi\, \nu$$

- nel moto circolare ***uniforme*** la velocita' lineare e quella angolare sono costanti

$$\text{v} = \text{cost} \qquad\qquad \omega = \text{cost}$$

le leggi orarie sono :

$s(t) = s_0 + \text{v}\, t$ dove s_0 e' la posizione al tempo $t = 0$

$\theta(t) = \theta_0 + \omega\, t$ dove θ_0 e' l'angolo al tempo $t = 0$

- nel moto circolare uniformemente accelerato $\alpha = costante$

integrando la $\alpha = \mathrm{d}\omega/\mathrm{d}t$ si ottiene la legge oraria per la velocita' angolare

$\omega(t) = \alpha t + \omega_0$ → la velocita' angolare cresce linearmente nel tempo

la legge oraria per l'angolo "sotteso" durante il moto si ricava per

integrazione della $\omega = \omega_0 + \alpha t$ da $\omega = d\theta/dt$ si ottiene :

$\theta(t) = ½\, \alpha t^2 + \omega_0 t + \theta_0$ → l' angolo sotteso cresce quadraticamente nel tempo

→ stretta analogia con le formule del moto rettilineo uniformemente accelerato ma la velocita' e l'accelerazione sono vettori e anche la velocita' angolare

puo' essere definita in modo vettoriale introducendo il vettore

vettore velocita' angolare $\vec{\omega}$

Proprieta' del vettore $\vec{\omega}$

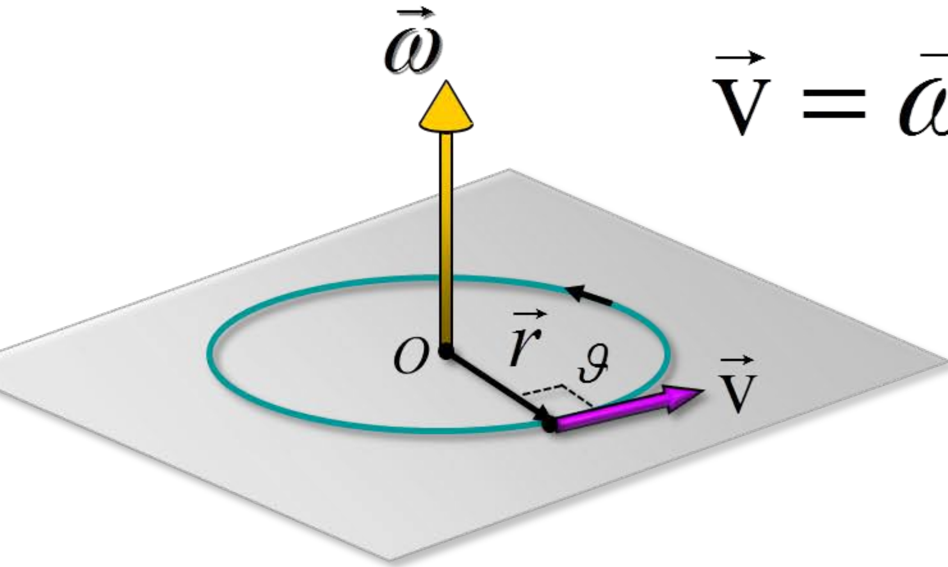
- il modulo del vettore $\vec{\omega}$ e' $$\left|\vec{\omega}\right| = \omega = \frac{d\vartheta}{dt}$$

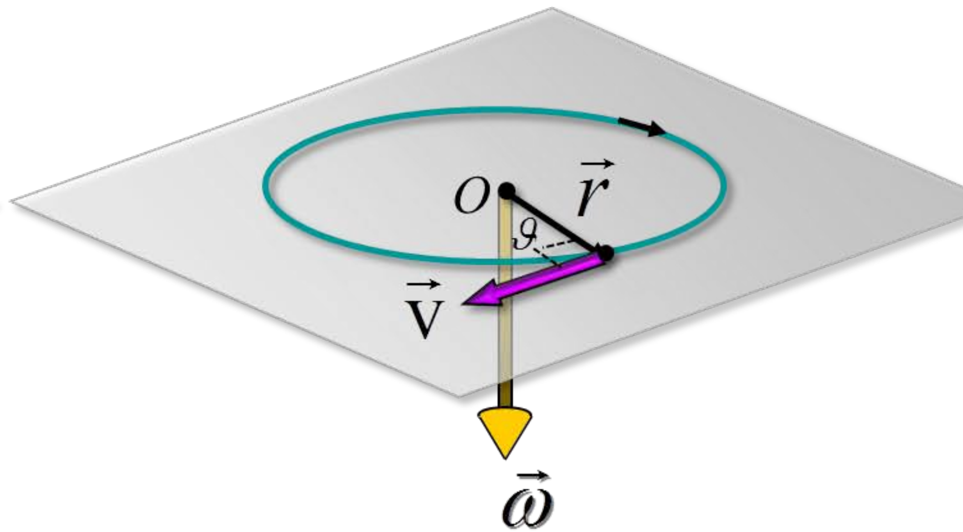
- la direzione di $\vec{\omega}$ e' quella perpendicolare al piano in cui si svolge il moto circolare

- il verso di $\vec{\omega}$ e' scelto di modo che un osservatore posto sul termine del vettore veda il moto avvenire in senso antiorario

- il punto di applicazione del vettore $\vec{\omega}$ e' il centro O della circonferenza la relazione vettoriale tra velocita' lineare' e velocita' angolare e'

$$\vec{\mathrm{v}} = \vec{\omega} \times \vec{r}$$





se r e' il raggio del cerchio $\left|\vec{r}\right| = r$

e $\left|\vec{\mathrm{v}}\right| = \omega r sen\vartheta$ ma la velocita' e' sempre tangente alla traiettoria

➢ in un <u>moto circolare</u> la velocita' sara' sempre perpendicolare

al raggio $\Rightarrow$ $\vartheta = 90°$ $\Rightarrow$ $sen\vartheta = 1$ $\Rightarrow$ $\left|\vec{\mathrm{v}}\right| = \omega r$

- la $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$

  la rotazione rispetto ad un punto O' posto sull'asse

  passante per O e perpendicolare al piano di rotazione

rispetto ad O $\quad |\vec{v}| = \omega r sen\vartheta = \omega r$

rispetto ad O' $\quad |\vec{v}| = \omega R sen\beta = \omega r$