Dinamica del punto materiale

il problema fondamentale della dinamica del punto materiale consiste nella soluzione dell'equazione vettoriale $\vec{F} = m\vec{a}$ ossia alla risoluzione di una serie di equazioni differenziali lineari

ad es. nel caso di un sistema di coordinate cartesiane ortogonali

$$\vec{F} = m\vec{a} \quad \Rightarrow \quad F_x\left(x, y, z, \frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}, \frac{dz}{dt}, t\right) = m\frac{d^2x}{dt^2} \qquad F_y\left(x, y, z, \frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}, \frac{dz}{dt}, t\right) = m\frac{d^2y}{dt^2} \qquad F_z\left(x, y, z, \frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}, \frac{dz}{dt}, t\right) = m\frac{d^2z}{dt^2}$$

una volta nota la dipendenza della forza dal tempo, dalla posizione e dalla velocita' e una volta note le condizioni al contorno in teoria e' sempre possibile risolvere il problema in modo univoco

ma nella pratica spesso e' molto utile fare ricorso a relazioni quali il teorema dell'impulso , il teorema delle forze vive e le leggi di conservazione dell'energia meccanica

e del momento angolare. leggi che si riducono ad equazionii che contengono solo derivate del primo ordine

Statica del punto materiale:

un corpo esteso e' in "equilibrio traslazionale" se al passar del tempo e' fermo, o si muove di moto rettilineo uniforme, e' in "equilibrio rotazionale" se al passar del tempo non ruota su se stesso o e' in rotazione uniforme

Equilibrio di un punto materiale

equilibrio stabile

equilibrio instabile

equilibrio indifferente

per avere - equilibrio – di un punto materiale e' sufficiente che la risultante delle forze applicate al punto materiale sia nulla $\vec{R} = \sum_i \vec{F}_i = 0$

se le forze in gioco sono conservative saranno derivabili da funzioni scalari, le energie potenziali $U_i(x,y,z,t)$, per mezzo delle relazioni $\vec{F}_i = -\vec{\nabla} U_i$

ossia $F_{x_i} = -\dfrac{\partial U_i(x,y,z,t)}{\partial x}$ $\quad F_{y_i} = -\dfrac{\partial U_i(x,y,z,t)}{\partial y}$ $\quad F_{z_i} = -\dfrac{\partial U_i(x,y,z,t)}{\partial z}$

scomponendo la $\vec{R} = \sum_i \vec{F}_i = 0$ lungo gli assi cartesiani si hanno le tre relazioni $\sum_i F_{x_i} = 0$ $\quad \sum_i F_{y_i} = 0$ $\quad \sum_i F_{z_i} = 0$

per la componente x, se la forza e' conservativa, la $\sum_i F_{x_i} = 0$ si traduce nella $\sum_i F_{x_i} = \sum_i (-\dfrac{\partial}{\partial x} U_i) = 0$ ⇒ $-\dfrac{\partial}{\partial x}\sum_i U_i = 0$ $\Rightarrow \dfrac{\partial}{\partial x} U_T = 0$

dove $U_T = \sum_i U_i$

dunque $\sum_i F_{x_i} = 0$ e' equivalente a $\dfrac{\partial}{\partial x} U_T = 0$ e analogamente per le altre componenti

in conclusione $\vec{R} = \sum_i \vec{F}_i = 0 \Rightarrow \dfrac{\partial U_T}{\partial x} = \dfrac{U_T}{\partial y} = \dfrac{\partial U_T}{\partial z} = 0$ dove $U_T = \sum_i U_i$

cio' significa che l'equilibrio statico e' definibile in termini di massimi, o minimi, assunti dall' energia potenziale totale

posizioni di *minimo* della funzione potenziale → equilibrio *stabile* posizioni di *massimo* della funzione potenziale → equilibrio *instabile*

Backup Slides