Esercizio : la posizione di un punto P in funzione del tempo e'

$\vec{r} = 4t^2\ \hat{i}\ +\ 4t\ \hat{j}$ determinare l'equazione cartesiana della traiettoria.

Determinare la legge oraria del moto $s(t)$ sapendo che per $t = 0$ è $s = 0$

$$\vec{r} = 4t^2\ \hat{i}\ +\ 4t\ \hat{j} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} x(t) &= 4t^2 \\ y(t) &= 4t \\ z(t) &= 0 \end{aligned}$$

→ si tratta di un moto piano che si svolge nel piano xy

per determinare l' equazione cartesiana della traiettoria si deve,

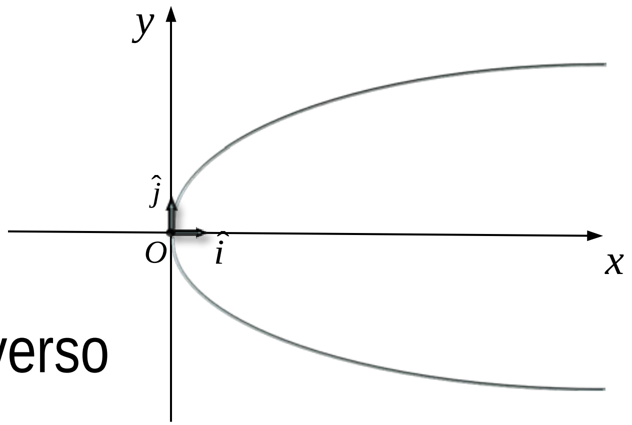
se e' possibile, eliminare il parametro t tra le equazioni parametriche

$$x(t) = 4t^2 \qquad y(t) = 4t$$

elevando a quadrato la $y(t) = 4t$ e dividendo membro a membro si ha

$$\frac{x}{y^2} = \frac{4t^2}{16t^2}$$ cioe' $$4x - y^2 = 0$$ → equazione di una parabola passante per l'origine

per determinare la legge oraria si utilizza la



$$ds = +\sqrt{dx^2 + dy^2}$$

il segno positivo significa che e' stato prescelto come verso

delle s crescenti quello delle x e delle y crescenti

quindi $dx = x'(t)dt = 8tdt$ e $dy = y'(t)dt = 4dt$

$$ds = +\sqrt{64t^2dt^2 + 16dt^2} = +\sqrt{64t^2 + 16}\ dt$$

$$\Rightarrow \quad ds = 4\sqrt{4t^2 + 1}\ dt$$

integrando tra $t = 0$ e un generico istante t si otterra' l'equazione oraria indicando con *t'* la variabile di integrazione:

$$\int_0^t ds = +\int_0^t 4\sqrt{4t'^2+1}\ dt' \qquad s(t)-s(0)=4\int_0^t \sqrt{4t'^2+1}\ dt'$$

ma per $t = 0$ è $s = 0$

$$\Rightarrow \qquad s(t)=4\int_0^t \sqrt{4t'^2+1}\ dt'$$

Backup Slides