Espressione intrinseca della velocita' e della accelerazione

l' equazione oraria $\vec{r} = \vec{r}(t)$ contiene le informazioni cinematiche

sul moto del corpo nel sistema di riferimento prescelto

in coordinate cartesiane $\Rightarrow$ $x = x(t) \quad y = y(t) \quad z = z(t)$

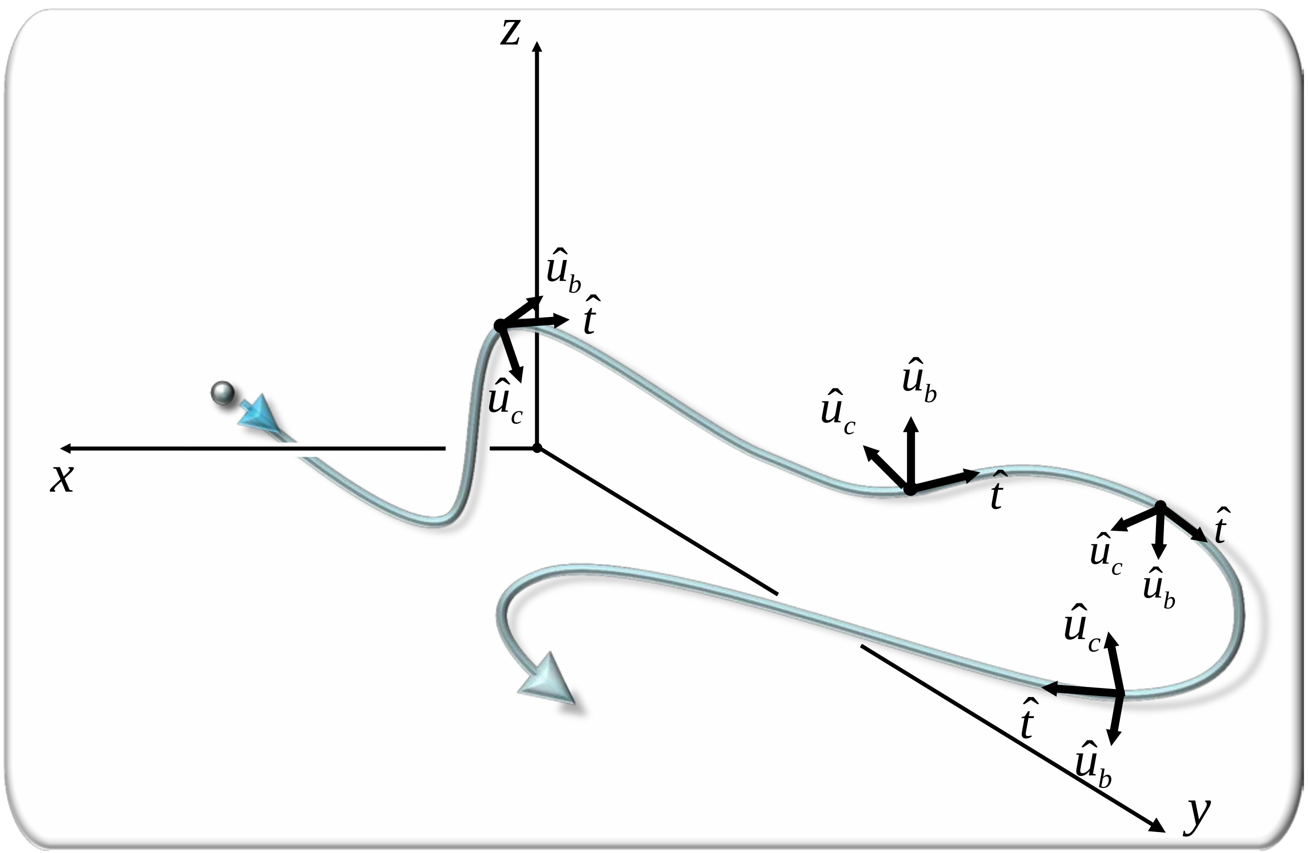
la conoscenza di queste funzioni consente di determinare *la traiettoria*

e definisce anche *l'andamento nel tempo* con cui avviene il moto lungo

la traiettoria stessa

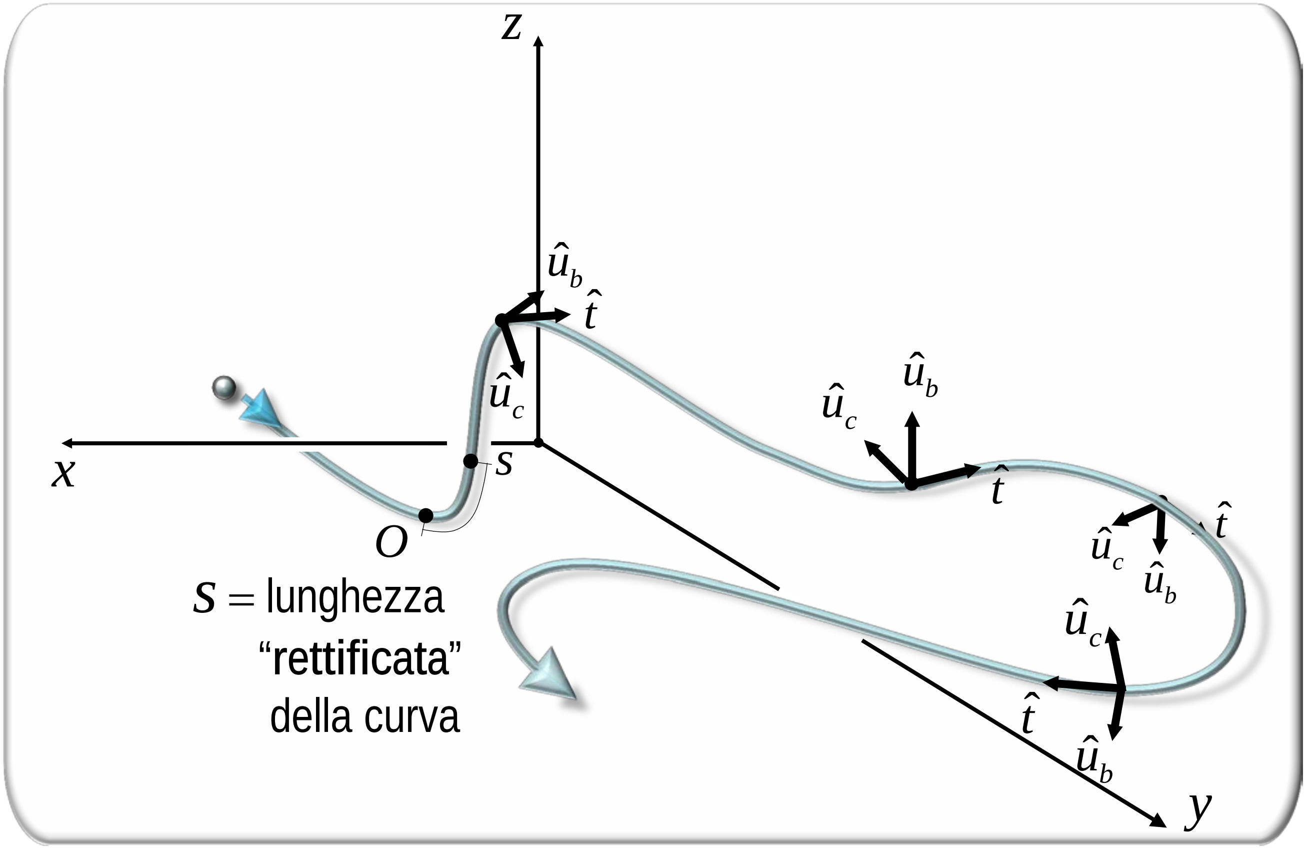
peraltro la *terna intrinseca* e' specifica di ogni traiettoria inoltre il tempo evolve con continuita' e sempre nello stesso verso quindi, da un punto di vista strettamente matematico, ha un ruolo equivalente ad un qualunque altro parametro reale

- sarebbe possibile separare l'informazione geometrica da quella temporale ?



si puo' separare l'aspetto piu' prettamente geometrico da quello piu'

specificatamente cinematico utilizzando l' *ascissa curvilinea*



$$x = x(s)$$ equazioni parametriche della traiettoria

$$y = y(s)$$ espresse in funzione del parametro

$$z = z(s)$$ s "intrinseco" alla traiettoria stessa

$$s = s(t)$$ equazione oraria

in termini di ascissa curvilinea la descrizione del moto di un punto materiale

si puo' fare se si conoscono

- la dipendenza del vettore posizione in funzione di s

- l'andamento di s in funzione del tempo

$$\vec{r} = \vec{r}(s)$$

$$s = s(t)$$

$\Rightarrow$ in coordinate cartesiane

$$x = x(s)$$

$$y = y(s)$$

$$z = z(s)$$

equazioni parametriche della traiettoria espresse in funzione del parametro s "intrinseco" alla traiettoria stessa

$$s = s(t)$$

equazione oraria

il versore $\dfrac{d\vec{r}}{|d\vec{r}|} = \dfrac{d\vec{r}}{ds} = \hat{t}$ *e' sempre tangente alla traiettoria*

questa e' la relazione che occorreva: fornisce la dipendenza del vettore

spostamento infinitesimo in funzione di un incremento infinitesimo della

ascissa curvilinea ds

Espressione intrinseca della velocita’ e della accelerazione

l’ espressione della velocita’ (accelerazione) in funzione dell’ ascissa curvilinea s

e dei versori tangente, normale e binormale e’ detta

“ espressione intrinseca della velocita (accelerazione) “

grazie alle regole di derivazione di funzioni composte

dati due punti P e P' infinitesimamente vicini tra loro a cui corrispondono le

ascisse curvilinee $s(t)$ e $s(t+dt)$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\vec{r}}{ds}\frac{ds}{dt}$$ e dato che $$\frac{d\vec{r}}{ds} = \hat{t}$$

riesce $$\vec{v} = \frac{ds}{dt}\hat{t}$$

nel testo si usa la notazione : $\frac{ds}{dt} = \dot{s} \quad \Rightarrow \quad \vec{v} = \dot{s}\hat{t}$

lo spazio infinitesimo percorso lungo la curva Γ e' dato da

$$|ds| = |\vec{v}|\, dt$$

lo spazio percorso nel tempo $t_2 - t_1$ lungo la curva Γ e' dato da

$$\int_{t_1}^{t_2} |\vec{v}(t)|\, dt$$

per definizione lo spazio percorso e' sempre maggiore di zero, o al minimo e' uguale a zero se il corpo e' fermo

Espressione intrinseca della accelerazione

per definizione $\vec{a} = \dfrac{d\vec{\mathrm{v}}}{dt}$ quindi se $\vec{\mathrm{v}} = \dfrac{ds}{dt}\hat{t}$ ne consegue :

$$\vec{a} = \frac{d(\frac{ds}{dt}\hat{t})}{dt} = \frac{d^2 s}{dt^2}\hat{t} + \frac{ds}{dt}\frac{d\hat{t}}{dt}$$

ma $\dfrac{d\hat{t}}{dt} = \dfrac{d\hat{t}}{ds}\dfrac{ds}{dt} = \dfrac{\hat{u}_c}{\rho}(\dfrac{ds}{dt})$

dove ρ e' il raggio del cerchio osculatore

quindi

$$\vec{a} = \frac{d^2 s}{dt^2}\hat{t} + \frac{1}{\rho}(\frac{ds}{dt})^2 \hat{u}_c$$

nel testo si usa la notazione : $\frac{d^2 s}{dt^2} = \ddot{s}$ $\Rightarrow$ $\vec{a} = \ddot{s}\hat{t} + \frac{\dot{s}^2}{\rho}\hat{u}_c$

posto $\vec{a}_t = \ddot{s}\hat{t}$ e $\vec{a}_c = \frac{\dot{s}^2}{\rho}\hat{u}_c$ $\Rightarrow$ $\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_c$

Backup Slides