Velocita' ed accelerazione del centro di massa

$$\vec{v}_{CM} = \frac{d\vec{r}_{CM}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i}\right) = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \frac{d\vec{r}_i}{dt}}{\sum_{i=1}^{n} m_i} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \vec{v}_i}{M} = \frac{\vec{Q}}{M}$$

$$\vec{a}_{CM} = \frac{d\vec{v}_{CM}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \vec{v}_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i}\right) = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \frac{d\vec{v}_i}{dt}}{\sum_{i=1}^{n} m_i} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \vec{a}_i}{M}$$

se il sistema di riferimento e' inerziale per un qualsiasi punto del sistema di corpi $m_i\vec{a}_i = \vec{F}_i^E + \vec{F}_i^I$ sommando su tutti i punti del sistema : $\sum_{i=1}^{n}(\vec{F}_i^E + \vec{F}_i^I) = \sum_{i=1}^{n} m_i\vec{a}_i$

da $\vec{a}_{CM} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \vec{a}_i}{M}$ → $\sum_{i=1}^{n} m_i\vec{a}_i = M\vec{a}_{CM}$ per cui $\sum_{i=1}^{n}(\vec{F}_i^E + \vec{F}_i^I) = M\vec{a}_{CM}$ ⇨ $\vec{R}^E + \vec{R}^I = M\vec{a}_{CM}$

dato che la risultante delle forze interne e' nulla → $\vec{R}^E = M\vec{a}_{CM}$ da cui $\vec{a}_{CM} = \frac{\vec{R}^E}{M}$ teorema del moto del centro di massa

il centro di massa si muove come un punto materiale in cui sia concentrata tutta la massa del sistema e a cui sia applicata la risultante delle forze esterne

da $\vec{R}^E = M\vec{a}_{CM}$ ⇨ $\vec{R}^E = M\frac{d\,\vec{v}_{CM}}{dt} = \frac{d\,M\vec{v}_{CM}}{dt}$ da $\vec{v}_{CM} = \frac{\vec{Q}}{M}$ ⇨ $\vec{Q} = M\vec{v}_{CM}$

combinando $\vec{R}^E = \frac{d\,M\vec{v}_{CM}}{dt}$ con $\vec{Q} = M\vec{v}_{CM}$ ⇨ $\vec{R}^E = \frac{d\vec{Q}}{dt}$ **prima equazione cardinale**

ad ogni istante la risultante di tutte le forze <u>esterne</u> agenti sul sistema di punti materiali e' uguale alla derivata temporale della quantita' di moto <u>totale</u> del sistema di punti

Backup Slides