Esercizio 1)

Un punto materiale di massa m possiede un'accelerazione data dall'espressione

$$\vec{a} = \frac{1}{m}\left[(\beta - 2\alpha x y^2 z^2)\hat{i} - 2\alpha x^2 y z^2 \hat{j} - 2\alpha x^2 y^2 z \hat{k}\right]$$

determinare le dimensioni delle costanti α e β

Se nel punto P di coordinate $(0,1,1)$ il punto materiale possiede la velocità

$\vec{\mathrm{v}}(0,1,1) = \mathrm{v}_0 \hat{i}$ determinare il raggio di curvatura ρ della traiettoria

nella posizione P

le dimensioni dell' accelerazione sono $\left[a\right]=\left[L\,T^{-2}\right]$

e affinche' l'uguaglianza scritta risulti dimensionalmente corretta

occorre che anche le dimensioni del termine $\dfrac{(\beta-2\alpha xy^2z^2)}{m}$

siano uguali a $\left[L\,T^{-2}\right]$

quindi si dovra' avere $$\left[\alpha\right]\left[\frac{xy^2z^2}{m}\right]=\left[L\,T^{-2}\right]$$

$\left[\alpha\right]\left[L^5M^{-1}\right]=\left[L\,T^{-2}\right]$ $\Rightarrow$ $\left[\alpha\right]=\left[ML^{-4}T^{-2}\right]$ e

$\left[\dfrac{\beta}{m}\right]=\left[L\,T^{-2}\right]$ $\Rightarrow$ $\left[\beta\right]=\left[ML\,T^{-2}\right]$

in conclusione:

$$[\alpha] = \left[ML^{-4}T^{-2}\right] \quad \text{e} \quad [\beta] = \left[MLT^{-2}\right]$$

nel punto $P=\left(0,1,1\right)$ si ha $\vec{\mathrm{v}}(0,1,1)=\mathrm{v}_0\hat{i}$ e $\vec{a}(0,1,1)=\dfrac{1}{m}\beta\hat{i}$ quindi

l'accelerazione nel punto P ha solo la componente diretta lungo la direzione della

velocita' percio' in P l'accelerazione centripeta e' nulla $a_c=0 \Rightarrow \rho=\infty$

Esercizio 2): dato un campo di forza descritto dalla relazione

$$\vec{F} = \left(-\frac{3}{2}K_1 2rx\right)\hat{i} + \left(2K_2 y - \frac{3}{2}K_1 2ry\right)\hat{j} - \left(\frac{3}{2}K_1 2rz\right)\hat{k}$$

dove r e' la distanza del punto P dall'origine e dove K_1 e K_2

sono costanti dotate delle opportune dimensioni

determinare il raggio di curvatura della traiettoria di un punto materiale

di massa m quando questo si trova nel punto $P\ (0,1,0)$ con velocità

$$\vec{v}(0,1,0) = 2v_0\hat{i}$$

in coordinate cartesiane $r = (x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{1}{2}}$ dunque

$$F_x = -\frac{3}{2}K_1(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{1}{2}}2x$$

$$F_y = -\frac{3}{2}K_1(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{1}{2}}2y + 2K_2 y$$

$$F_z = -\frac{3}{2}K_1(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{1}{2}}2z$$

nel punto P ⇨ $\vec{F}(0,1,0) = (2K_2 - 3K_1)\hat{j}$ e $\vec{\mathrm{v}}(0,1,0) = 2\mathrm{v}_0\hat{i}$

quindi $\vec{F}(0,1,0)$ e’ perpendicolare alla velocita’ in P

⇨ l’ accelerazione in P e’ puramente <u>centripeta</u>

per la seconda legge della dinamica $\vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \left|\vec{F}(0,1,0)\right| = m\dfrac{\left|\vec{\mathrm{v}}(0,1,0)\right|^2}{\rho}$

percio' $(2K_2 - 3K_1) = m\dfrac{4\mathrm{v}_0^{\ 2}}{\rho} \Rightarrow \rho = \dfrac{4m\mathrm{v}_0^2}{(2K_2 - 3K_1)}$

Backup Slides