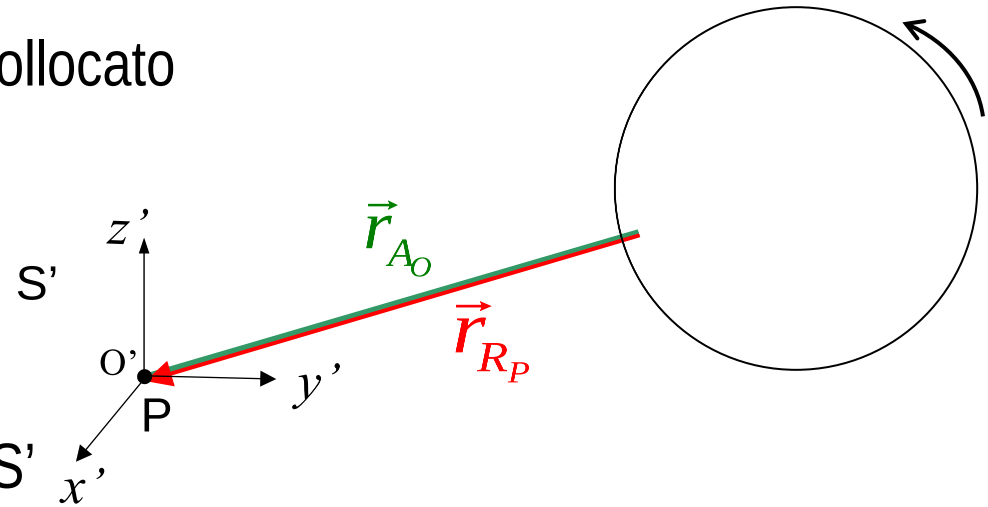
Esempio : giostra in rotazione   assumendo

- che all'istante iniziale il punto P sia collocato nel centro O' del sistema fisso S'

$$\Rightarrow \quad \vec{r}_{A_P} = 0$$



- che P sia fisso al passar del tempo rispetto all'osservatore solidale con S'

$$\Rightarrow \quad \vec{\mathrm{v}}_{A_P} = 0 \quad \text{e} \quad \vec{a}_{A_P} = 0$$

- che l'asse di rotazione della giostra coincida con il centro del sistema mobile S e che l'origine di S rimanga fissa nel tempo rispetto all'origine del sistema fisso S' ossia che si abbia

$$\vec{r}_{A_O} = costante \quad \Rightarrow \quad \vec{\mathrm{v}}_{A_O} = 0 \quad \text{e} \quad \vec{a}_{A_O} = 0$$

- che la velocita' di rotazione della giostra sia costante $\Rightarrow \quad \dot{\vec{\omega}} = 0$

determinare la velocita' e l'accelerazione di P rispetto alla giostra

e' evidente dalla figura che $\vec{r}_{A_P} = \vec{r}_{R_P} + \vec{r}_{A_O}$

imponendo le condizioni al contorno

$$\vec{r}_{A_P}=0 \quad \vec{\mathrm{v}}_{A_O}=0 \quad \vec{a}_{A_O}=0 \quad \vec{\mathrm{v}}_{A_P}=0 \quad \vec{a}_{A_P}=0 \quad \text{e} \quad \dot{\vec{\omega}}=0$$

nelle equazioni generali di trasformazione,

$$\vec{r}_{A_P}=\vec{r}_{R_P}+\vec{r}_{A_O}$$

$$\vec{\mathrm{v}}_{A_P}=\vec{\mathrm{v}}_{R_P}+\vec{\mathrm{v}}_{A_O}+\vec{\omega}\times\vec{r}_{R_P}$$

$$\vec{a}_{A_P}=\vec{a}_{R_P}+\dot{\vec{\omega}}\times\vec{r}_{R_P}+\vec{\omega}\times(\vec{\omega}\times\vec{r}_{R_P})+\vec{a}_{A_O}+2\vec{\omega}\times\vec{\mathrm{v}}_{R_P}$$

si ottiene

$$0=\vec{r}_{R_P}+\vec{r}_{A_O} \quad \Rightarrow \quad \vec{r}_{R_P}=-\vec{r}_{A_O} \quad \text{inoltre}$$

$$0=\vec{\mathrm{v}}_{R_P}+\vec{\omega}\times\vec{r}_{R_P} \quad \Rightarrow \quad \vec{\mathrm{v}}_{R_P}=-\vec{\omega}\times\vec{r}_{R_P}$$

$$0=\vec{a}_{R_P}+\vec{\omega}\times(\vec{\omega}\times\vec{r}_{R_P})+2\vec{\omega}\times\vec{\mathrm{v}}_{R_P}$$

$$\Rightarrow \quad \vec{a}_{R_P}=-\vec{\omega}\times(\vec{\omega}\times\vec{r}_{R_P})-2\vec{\omega}\times\vec{\mathrm{v}}_{R_P}$$

dato che $\vec{\mathrm{v}}_{R_P} = -\vec{\omega}\times\vec{r}_{R_P}$ si puo' riscrivere l'accelerazione relativa

$$\vec{a}_{R_P} = -\vec{\omega}\times(\vec{\omega}\times\vec{r}_{R_P}) - 2\vec{\omega}\times\vec{\mathrm{v}}_{R_P}$$

come

$$\vec{a}_{R_P} = -\vec{\omega}\times(\vec{\omega}\times\vec{r}_{R_P}) + 2\vec{\omega}\times(\vec{\omega}\times\vec{r}_{R_P}) = \vec{\omega}\times(\vec{\omega}\times\vec{r}_{R_P})$$

ma $\vec{a}\times(\vec{b}\times\vec{c}) = (\vec{a}\cdot\vec{c})\vec{b} - (\vec{a}\cdot\vec{b})\vec{c}$ per cui

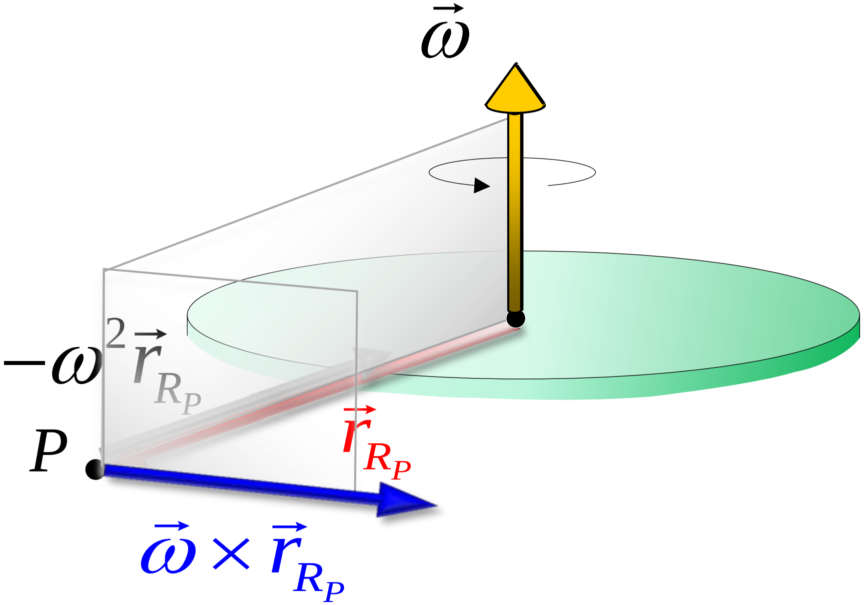
$$\vec{\omega}\times(\vec{\omega}\times\vec{r}_{R_P}) = [(\vec{\omega}\cdot\vec{r}_{R_P})\vec{\omega} - (\vec{\omega}\cdot\vec{\omega})\vec{r}_{R_P}] = 0 - (\vec{\omega}\cdot\vec{\omega})\vec{r}_P = -\omega^2\vec{r}_{R_P}$$

visto che $\vec{\omega}$ e' perpendicolare a $\vec{r}_{R_P}$

dunque $\vec{a}_{R_P} = \vec{\omega}\times(\vec{\omega}\times\vec{r}_{R_P}) = -\omega^2\vec{r}_{R_P}$

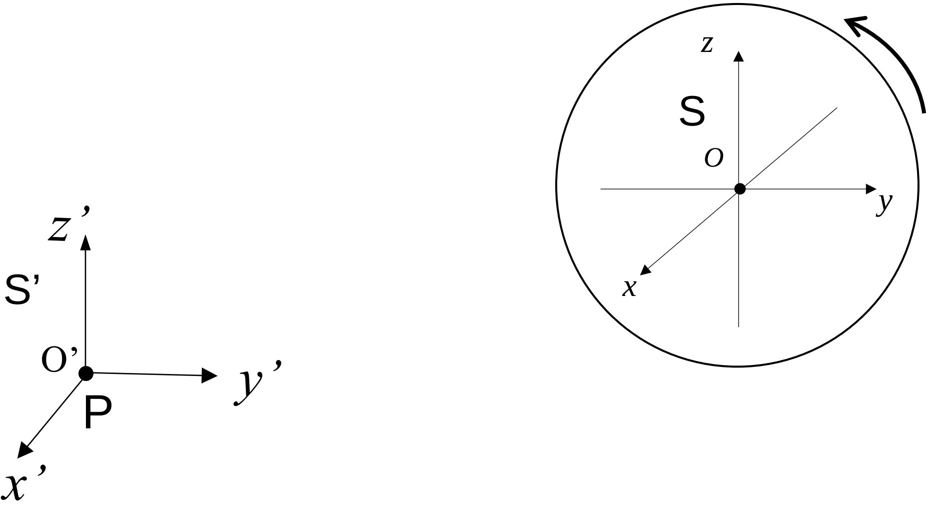
in conclusione $\vec{a}_{R_P} = -\omega^2\vec{r}_{R_P}$

$$\vec{\omega}\times(\vec{\omega}\times\vec{r}_{R_P}) = -\omega^2\vec{r}_{R_P}$$



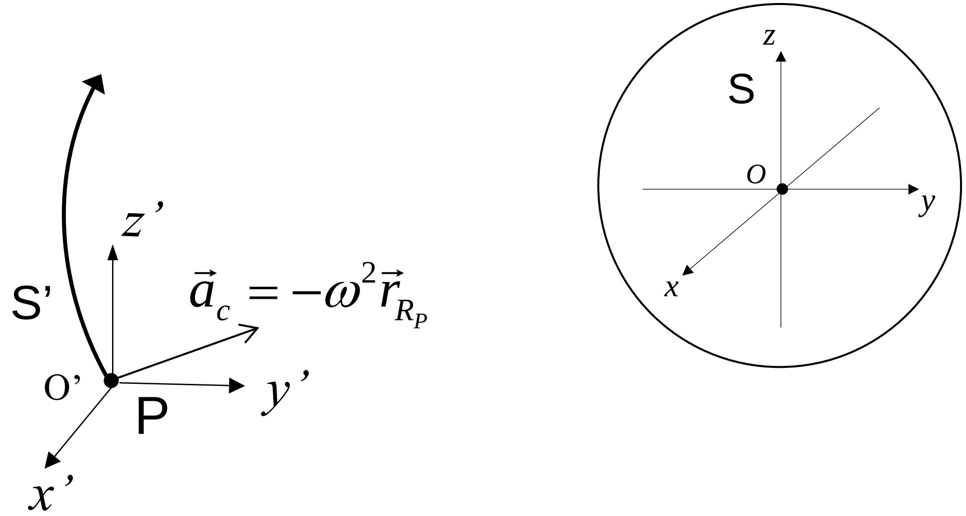
$$\vec{a}_{R_P} = -\omega^2\vec{r}_{R_P}$$ discussione del segno meno

punto di vista di S’



l’osservatore posto in O’ e’ solidale con S’ e vede S’ , e quindi P, fermo dunque sostiene che sia il sistema S a ruotare

punto di vista di S



l’osservatore posto in O e’ solidale con S e vede S fermo dunque sostiene che sia il sistema S’ , e quindi P, a ruotare

Backup Slides