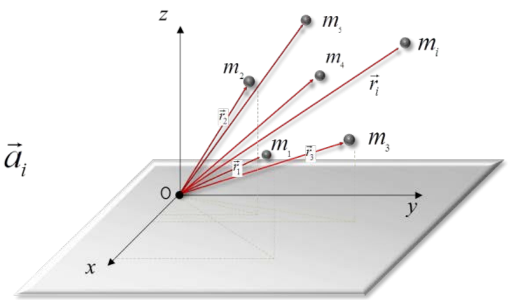
Sistemi di punti materiali

per ciascun punto P_i di un sistema di $n > 1$ punti materiali di massa m_i si possono definire le seguenti grandezze, misurate rispetto all'origine di un sistema di riferimento inerziale o rispetto ad un qualunque polo fisso nel tempo rispetto al sistema *inerziale*



massa m_i posizione $\vec{r}_i$

velocita' $\vec{\mathrm{v}}_i$ accelerazione $\vec{a}_i$

quantita' di moto $\vec{q}_i = m_i \vec{\mathrm{v}}_i$

momento angolare $\vec{L}_i = \vec{r}_i \times m_i \vec{\mathrm{v}}_i$ (rispetto all'origine o al polo prescelto)

energia cinetica $\frac{1}{2} m_i \mathrm{v}_i^2$

e relativamente all'insieme di **tutti** i punti costituenti il corpo

massa totale $M = \sum_{i=1}^{n} m_i$

quantita' di moto totale $\vec{Q} = \sum_{i=1}^{n} \vec{q}_i = \sum_{i=1}^{n} m_i \vec{\mathrm{v}}_i$

energia cinetica totale $E_C = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2} m_i \mathrm{v}_i^2$

momento angolare totale rispetto all'origine o al polo prescelto $\vec{L} = \sum_{i=1}^{n} \vec{L}_i = \sum_{i=1}^{n} \vec{r}_i \times m_i \vec{\mathrm{v}}_i$

in generale gli n punti materiali ***interagiscono tra di loro***

e con l'ambiente circostante

- ogni forza esercitata su di un punto P_i da un altro punto P_j appartenente allo stesso sistema di punti e' detta *forza interna* $\vec{F}_{ji}^{I}$

- ogni forza esercitata su di un punto P_i dall' esterno del sistema e' detta *forza esterna* $\vec{F}_i^{E}$

la differenza tra forze interne ed esterne non e' una distinzione assoluta, ma dipende da come viene definito il sistema stesso di punti

la forza totale $\vec{R}_i$ agente sull' i-esimo punto P_i del sistema

sara' la risultante delle *forze esterne* agenti sul punto P_i

e delle *forze interne* esercitate sul punto P_i dagli altri

$n - 1$ punti del sistema

$$\vec{R}_i = \vec{R}_i^{E} + \vec{R}_i^{I}$$

in genere la risultante delle forze interne agenti su di un *singolo punto* del sistema

e' diversa da zero, ma la risultante $\vec{R}^{I}$ di *tutte* le forze interne al sistema

sara' sempre nulla

infatti ogni punto P_j del sistema esercitera' sul punto P_i una forza interna $\vec{F}_{ji}^{I}$

e la risultante delle forze interne esercitate sul punto P_i

da tutti gli altri punti del sistema sara' $$\vec{F}_i^I = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n} \vec{F}_{ji}^I$$

ma anche il punto P_i esercitera' sul generico punto P_j una forza interna

che, per il terzo principio della dinamica, sara' uguale ed opposta alla forza

esercitata da P_j su P_i

$\vec{F}_{ij}^I$ forza interna esercitata dal punto P_i sul punto P_j

$\vec{F}_{ij}^I = -\vec{F}_{ji}^I$ terzo principio della dinamica

per cui $$\vec{R}^I = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n} \vec{F}_{ji}^I + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{n} \vec{F}_{ij}^I = 0$$

in conclusione $\vec{R}^I = 0$

ad ogni istante la risultante di – ***tutte*** – le forze interne

agenti su di un sistema di punti materiali e' nulla

se il sistema di corpi sta interagendo con altri corpi esterni al sistema

la risultante delle *forze esterne* agente su *tutti* i punti P_i costituenti il corpo

sara' diversa da zero $$\vec{R}^E = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i^E \qquad \vec{R}^E \neq 0$$

per determinare il comportamento dell' i-esimo punto del sistema di punti

materiali occorrebbe risolvere la $\vec{F}_i = \vec{F}_i^I + \vec{F}_i^E = m_i \vec{a}_i$

problema complesso perche' richiede la conoscenza delle forze interne

ma e' possibile determinare il " comportamento d'insieme " del sistema di punti

grazie all'utilizzo del concetto di *centro di massa* del sistema di punti

la posizione del centro di massa , rispetto ad un sistema di riferimento inerziale

fisso nel tempo, e' definita come

$$\vec{r}_{CM} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i} = \frac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2 + \dots m_n\vec{r}_n}{m_1 + m_2 + \dots m_n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \vec{r}_i}{M}$$

la posizione del centro di massa rispetto agli n punti materiali *non* dipende

dalla scelta del sistema di riferimento

Backup Slides