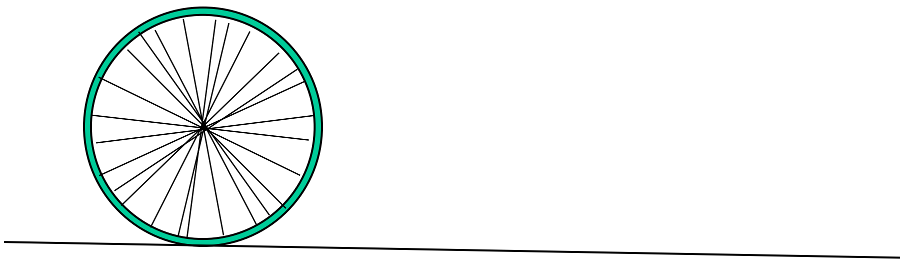
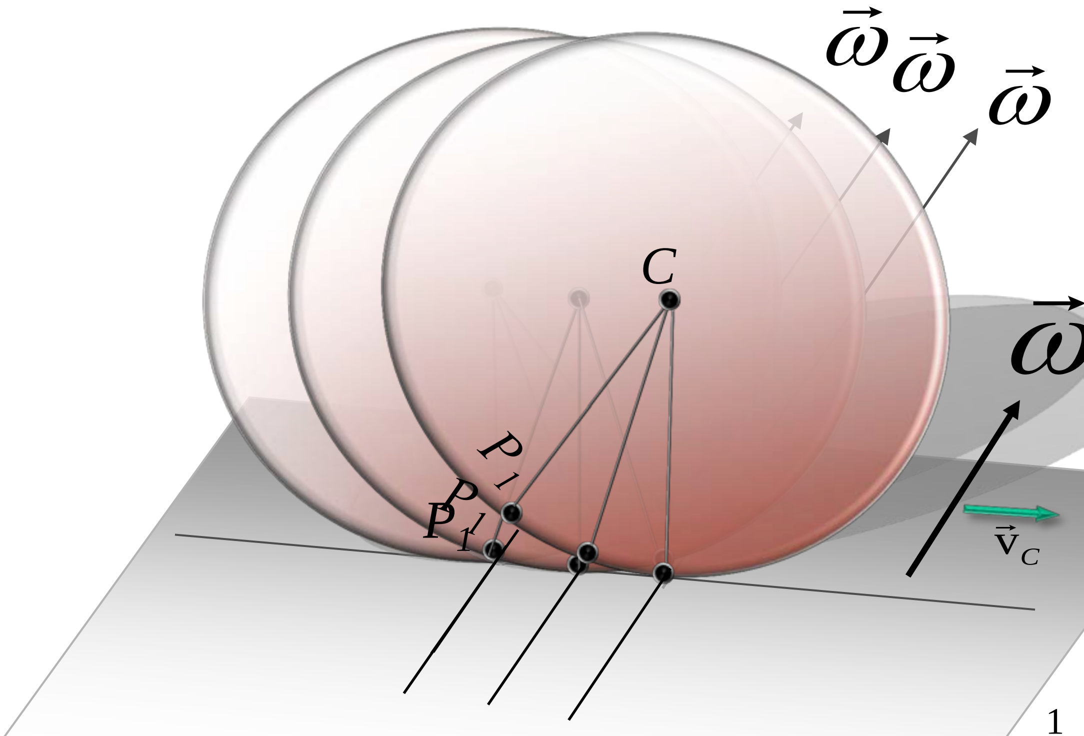
Moto di rotolamento puro di un corpo rigido

nel moto di rotolamento puro un punto
e’ sempre fisso, anche se non e’ mai
lo stesso punto a restare fermo



la velocita’ angolare e’ sempre
perpendicolare al corpo rigido in movimento

- nell’istante in cui il punto P_1 e’ fermo possiamo assumerlo come centro O di rotazione, ossia possiamo pensare che tutto il corpo rigido stia ruotando intorno ad un asse passante per P_1 e perpendicolare al corpo rigido



in sintesi:

- il rotolamento puro puo' essere considerato come una successione

  di rotazioni infinitesime intorno a diversi assi di rotazione tra loro paralleli

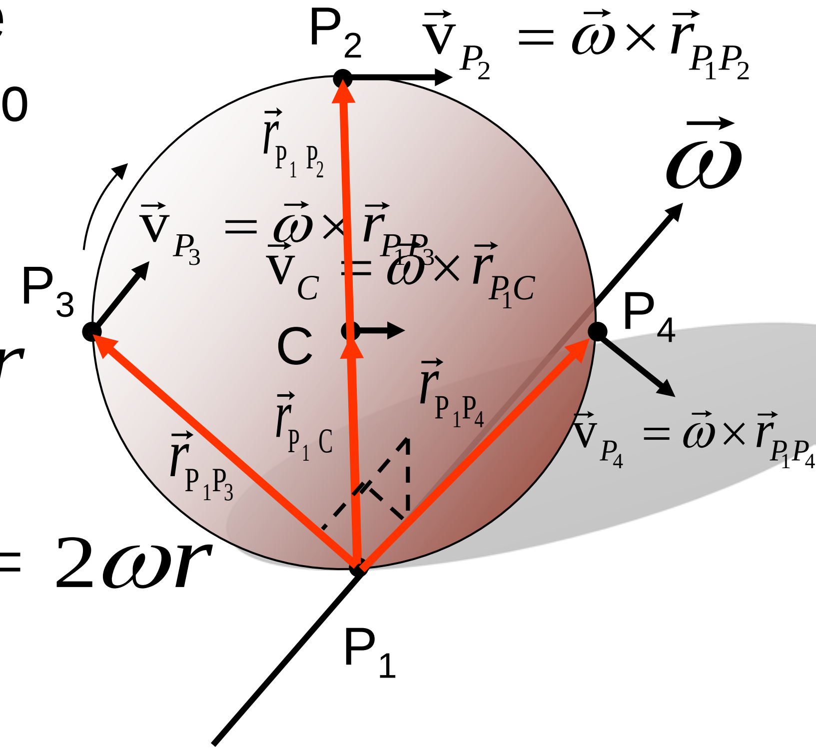
la velocita' di un generico punto P_i del corpo e' dato dalla

$$\vec{v}_{P_i} = \vec{v}_O + \vec{\omega} \times \vec{r}_i$$

se P_1 coincide con O dato che O e' fermo $V_O = 0$ $\Rightarrow$ $\vec{v}_{P_i} = \vec{\omega} \times \vec{r}_i$

ad ogni istante di tempo e' possibile conoscere la velocita' di un qualsiasi punto del corpo rigido

posto $\quad r = \left| \vec{r}_{P_1C} \right|$



$$\left| \vec{v}_C \right| = \left| \vec{\omega} \times \vec{r}_{P_1C} \right| = \omega\ r\ sen90° = \omega r$$

$$\left| \vec{v}_{P_2} \right| = \left| \vec{\omega} \times \vec{r}_{P_1P_2} \right| = \omega\ (2\ r)\ sen90° = 2\omega r$$

$$\left| \vec{v}_{P_3} \right| = \left| \vec{\omega} \times \vec{r}_{P_1P_3} \right| = \omega\ (\sqrt{2}\ r)\ sen90° = \sqrt{2}\omega r$$

$$\left| \vec{v}_{P_4} \right| = \left| \vec{\omega} \times \vec{r}_{P_1P_4} \right| = \omega\ (\sqrt{2}\ r)\ sen90° = \sqrt{2}\omega r$$

Moto rototraslatorio di un corpo rigido

la formula che fornisce la velocita' di un generico punto P_i del corpo rigido e'

$$\vec{v}_i = \vec{v}_O + \vec{\omega} \times \vec{r}_i$$

quindi il moto del corpo rigido puo' sempre essere pensato come la

composizione di un moto traslatorio e di un moto rotatorio **indipendenti** tra loro

Accelerazione

$$\vec{a}_i = \frac{d\vec{\mathrm{v}}_i}{dt} = \frac{d}{dt}[\vec{\mathrm{v}}_O + \vec{\omega} \times \vec{r}_i] = \vec{a}_O + \frac{d(\vec{\omega} \times \vec{r}_i)}{dt}$$

$$= \vec{a}_O + \frac{d\vec{\omega}}{dt} \times \vec{r}_i + \vec{\omega} \times \frac{d\vec{r}_i}{dt}$$

ma $\dfrac{d\vec{r}_i}{dt} = \vec{\omega} \times \vec{r}_i$ per cui

$$\vec{a}_i = \vec{a}_O + \frac{d\vec{\omega}}{dt} \times \vec{r}_i + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}_i)$$

attenzione alla parentesi

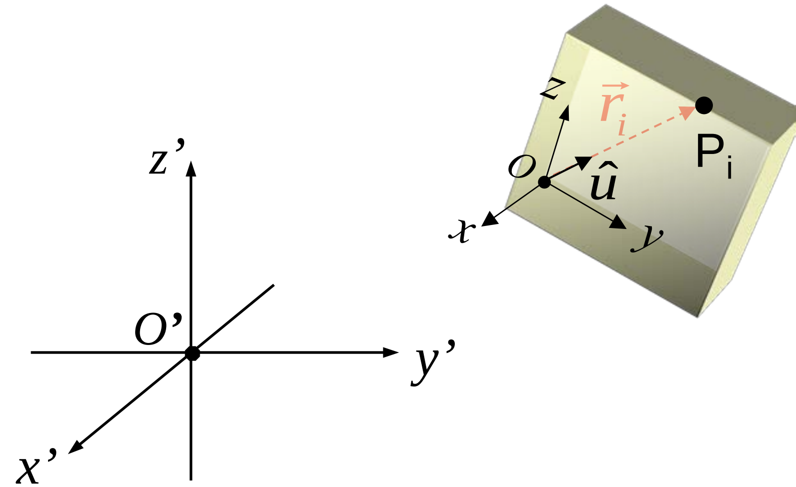
ovvero $$\vec{a}_i = \vec{a}_O + \dot{\vec{\omega}} \times \vec{r}_i + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}_i)$$

in conclusione le formule che forniscono la velocita' e l'accelerazione

di un generico punto P_i del corpo rigido

rispetto ad un osservatore posto nell'origine O'

del sistema fisso sono



$$\vec{v}_i = \vec{v}_O + \vec{\omega} \times \vec{r}_i$$

$$\vec{a}_i = \vec{a}_O + \frac{d\vec{\omega}}{dt} \times \vec{r}_i + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}_i)$$

da notare come una terna di assi cartesiani ortogonali sia assimilabile ad un corpo rigido

quindi per generalizzare ulteriormente il contesto enunciamo le leggi di trasformazione tra i sistemi di riferimento

Backup Slides