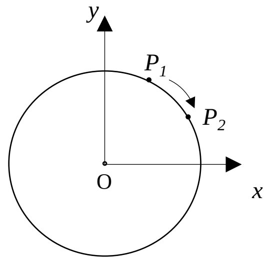
Moti circolari piani



un corpo e' in *moto circolare* se la traiettoria che percorre e' una circonferenza

in generale durante un *moto circolare qualsiasi sia il modulo*, che la direzione ed il verso *della velocita' istantanea cambiano nel tempo*

in generale → $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{dv}{dt}\hat{t} + v\frac{d\vartheta}{dt}\hat{u}_c$

Moto circolare uniforme

moto circolare *uniforme* ⇨ $|\vec{v}| = v = \text{costante}$ → il ***modulo*** della velocita' non cambia nel tempo quindi $\frac{dv}{dt} = 0$ ⇨ l'accelerazione tangenziale e' nulla

ne consegue che $\vec{a} = v\frac{d\vartheta}{dt}\hat{u}_c$ ➢ l' accelerazione che si ha nel *moto circolare uniforme* e' solamente ***centripeta***

Attenzione: anche il moto circolare uniforme e' un *moto accelerato* perche' il vettore $\vec{v}$ e' comunque e sempre *tangente* alla traiettoria quindi la velocita' istantanea anche se non cambia di modulo cambia di continuo *direzione e verso*

Direzione e verso dell' accelerazione centripeta

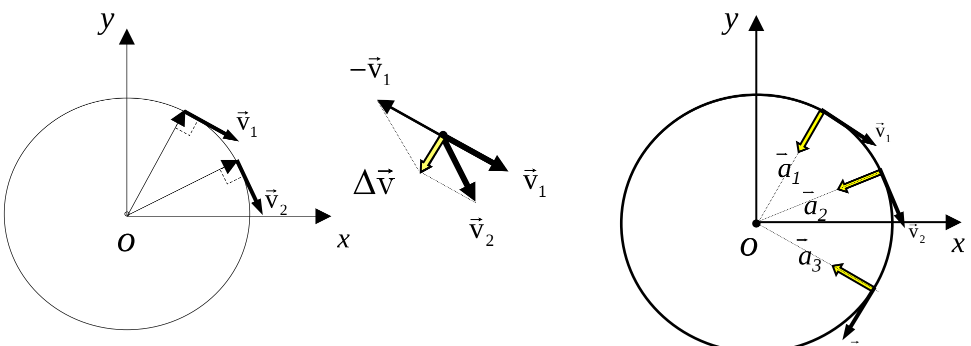
dato che $\hat{u}_c$ e' il versore perpendicolare a $\hat{t}$ in caso di moto circolare $\hat{u}_c = -\hat{r}$

• la *direzione* della accelerazione centripeta e' quella congiungente ogni generico punto della traiettoria al centro della circonferenza

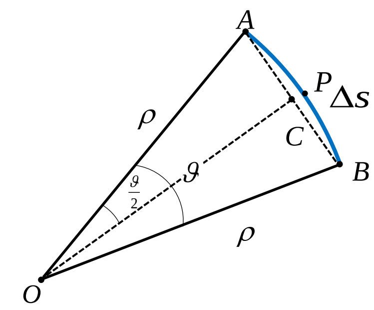
graficamente

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \lim_{\Delta t \to 0}\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} \qquad \Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$$

l' *accelerazione centripeta* punta sempre verso il centro della circonferenza



Modulo della accelerazione centripeta



dato che lungo una traiettoria circolare il raggio ρ e' costante derivando rispetto al tempo la $s = \rho\vartheta$ $\Rightarrow$ $\frac{ds}{dt} = \rho\frac{d\vartheta}{dt}$

in un cerchio di raggio ρ si ha $\Delta s = \rho\vartheta$ mentre $|\Delta\vec{r}| = AB = 2AC$

sviluppando in serie di Taylor la funzione sen θ $sen\vartheta = \vartheta - \frac{\vartheta^3}{3!} + \frac{\vartheta^5}{5!} + \frac{\vartheta^7}{7!} + ...$ per angoli piccoli ci si puo' arrestare al primo ordine

$\Rightarrow$ $sen\ \vartheta \approx \vartheta$ (θ in rad) nel triangolo AOC si ha $AC = \rho sen\frac{\vartheta}{2}$ per cui $\lim_{\vartheta/2 \to 0} \rho sen\frac{\vartheta}{2} = \rho\frac{\vartheta}{2}$ $\Rightarrow$ $AB = 2AC = \rho\vartheta \equiv \Delta s$

→ la lunghezza dell'arco infinitesimo deve uguagliare, a meno di infinitesimi di ordine superiore, la lunghezza della corda che lo sottende

ovvero $\lim_{\vartheta/2 \to 0} |\Delta\vec{r}| = |d\vec{r}| \approx ds$ e poiche' $\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0}\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$ e' chiaro che $|\vec{v}| = \frac{ds}{dt}$

$\Rightarrow$ $\frac{d\vartheta}{dt} = \frac{1}{\rho}\frac{ds}{dt}$ ma $\frac{ds}{dt} = v$ $\Rightarrow$ $\frac{d\vartheta}{dt} = \frac{v}{\rho}$ per cui $\vec{a} = v\frac{d\vartheta}{dt}\hat{u}_c = \frac{v^2}{\rho}\hat{u}_c$ in conclusione : $|\vec{a}_c| = a_c = \frac{v^2}{\rho}$

riepilogando

- la *direzione* della accelerazione centripeta e' quella congiungente ogni generico punto della traiettoria al centro della circonferenza
- il *verso* e' sempre quello che punta verso il centro della circonferenza
- il *modulo* della accelerazione centripeta (a_c) e' pari al quadrato del modulo della velocita' istantanea diviso per il raggio ρ della circonferenza $|\vec{a}_c| = a_c = \frac{v^2}{\rho}$

Backup slides