

Rotazioni rigide attorno ad un asse fisso nel tempo

se un corpo rigido e' in rotazione attorno ad un asse fisso ad es. l'asse z

in generale: il momento angolare totale \vec{L} non sara' parallelo

all'asse di rotazione, ma ruotera' nello spazio

compiendo un moto di precessione

attorno all'asse di rotazione

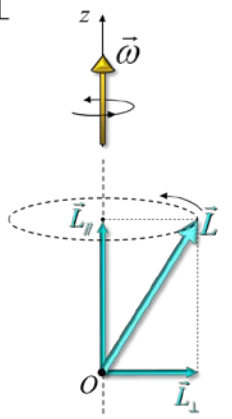
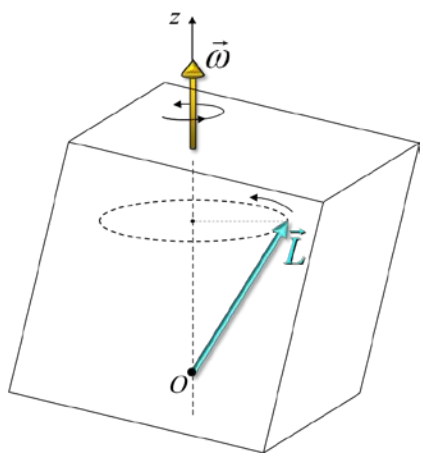
descritto dalla
$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{\omega} \times \vec{L}$$

si puo' scomporre il momento angolare totale lungo le direzioni parallela e

perpendicolare all'asse di rotazione
$$\vec{L} = \vec{L}_{//} + \vec{L}_{\perp}$$

o meglio ancora
$$\vec{L} = \vec{L}_z + \vec{L}_{\perp}$$

dato che
$$\vec{L}_{//} \equiv \vec{L}_z$$

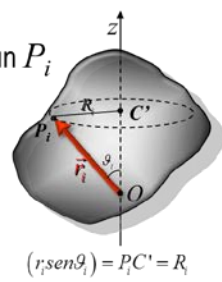


1) la proiezione del momento angolare totale parallelamente all'asse di rotazione (asse z) ossia il momento angolare totale assiale $|\vec{L}_z| = L_z$

➤ non dipende dalla scelta del polo O in quanto per ciascun P_i

$$L_{z_i} = (r_i \sin \vartheta_i) m_i R_i \omega = m_i R_i^2 \omega$$
 non dipende dalle

distanze r_i tra i punti P_i ed il polo O e
$$L_z = \sum_{i=1}^n L_{z_i}$$



➤ e' proporzionale al modulo della velocita' angolare e al momento d'inerzia

calcolato rispetto all'asse di rotazione del corpo rigido
$$L_z = I_z \omega$$

➤ potrebbe variare nel tempo, ma solo in modulo dato che per assunzione

l'asse di rotazione del corpo rigido e' fisso nello spazio

(ad es. se cambiasse nel tempo I_z)

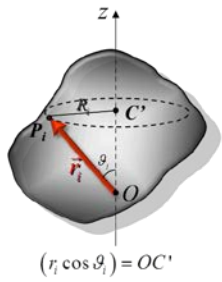
➤ fornisce, la legge oraria in termini angolari, della rotazione del corpo

tramite la seconda equazione cardinale

2) la proiezione \vec{L}_\perp del momento angolare totale perpendicolarmente all'asse di rotazione (asse z)

- dipende dalla scelta del polo O in quanto per ciascun P_i

$$L_{\perp_i} = (r_i \cos \vartheta_i) m_i R_i \omega$$
 dipende dalla distanza OC' e quindi dalla posizione del polo O



- varia in direzione al passar del tempo e potrebbe variare anche in modulo
- se la massa nel corpo rigido non e' distribuita in modo che il momento angolare totale risulti parallelo alla velocita' angolare anche se la rotazione e' uniforme \vec{L}_\perp cambia direzione nel tempo
 - percio' per la seconda equazione cardinale deve esercitarsi un **momento esterno** dovuto al momento risultante delle **forze esterne**
 - il momento esterno e' esercitato dai vincoli che reggono il corpo rigido e impediscono all'asse di rotazione di modificare la sua direzione nello spazio
 - il momento delle forze esterne tende a cambiare l'inclinazione dell'asse di rotazione quindi occorrono supporti dimensionati in modo opportuno per evitarne il cedimento

- per i sistemi rigidi in rotazione conviene sempre realizzare una configurazione in cui il momento angolare totale sia parallelo alla velocita' angolare
- se il centro di massa e' posizionato sull'asse di rotazione i supporti dovranno reggere solamente il peso del corpo rigido

Backup Slides