Energia cinetica di rotazione

ad un corpo che ruota e' associata una energia cinetica di rotazione

se un punto materiale di massa m e' in moto circolare uniforme con velocita' v

avra' una energia cinetica di rotazione costante pari a ½ $m\mathrm{v}^2$

da $\mathrm{v} = \omega\, r$ si ha che l' energia cinetica di rotazione di un punto materiale e':

$$E_c = \tfrac{1}{2}\, m\, \omega^2\, r^2$$

il raggio r e la massa m saranno costanti durante il moto del punto materiale

percio' mr e' una costante e l'equazione diviene

$$E_c = \tfrac{1}{2}\, (mr^2)\, \omega^2$$

si noti l'analogia con la espressione della energia cinetica nel moto rettilineo $E_c = \tfrac{1}{2}\, m\, \mathrm{v}^2$

mr^2 e' l'analogo della massa m ed ω e' l'analogo della velocita' v l'estensione al corpo rigido e' immediata $\rightarrow$ $E_C = \frac{1}{2} I\ \omega^2$

nel sistema di riferimento degli assi principali d'inerzia si ha

$E_C = \frac{1}{2}(I_x\omega_x^2 + I_y\omega_y^2 + I_z\omega_z^2)$ ovvero $E_C = \frac{1}{2}(\frac{L_x^2}{I_x} + \frac{L_y^2}{I_y} + \frac{L_z^2}{I_z})$

o anche $E_C = \frac{1}{2}(\vec{\omega} \cdot \vec{L})$ visto che $\vec{\omega} = \omega_x \hat{i} + \omega_y \hat{j} + \omega_z \hat{k}$

e che $\vec{L} = I_x\omega_x \hat{i} + I_y\omega_y \hat{j} + I_z\omega_z \hat{k}$

se l'asse di rotazione e' un asse principale d'inerzia $\rightarrow$ $E_C = \frac{1}{2} I\ \omega^2 = \frac{1}{2}\frac{L^2}{I}$

dove I concidera' o con I_x o con I_y o con I_z

Backup Slides