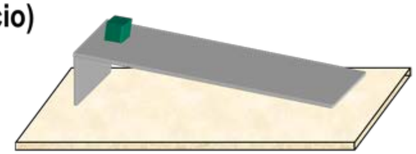
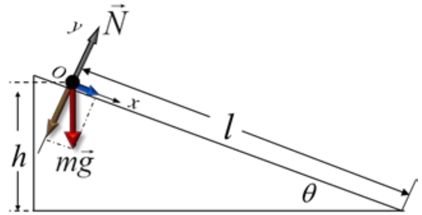
Piano inclinato privo di attrito (vincolo liscio)



$$\vec{F} = m\vec{a} = \vec{P} + \vec{R}_V$$

$\vec{P}$ e' la forza peso e

$\vec{R}_V$ e' la reazione vincolare del piano



$$\begin{cases} F_x\hat{i} = ma_x = P_x\hat{i} + R_{V_x}\hat{i} \\ F_y\hat{j} = ma_y\hat{j} = P_y\hat{j} + R_{V_y}\hat{j} \end{cases}$$

$P_x\hat{i} = mgsen\vartheta\hat{i}$ $\quad R_{V_x}\hat{i} = 0$ (condizione di vincolo liscio)

$P_y\hat{j} = -mg\cos\vartheta\hat{j}$ $\quad R_{V_y}\hat{j} = \left|\vec{N}\right| = mg\cos\vartheta\hat{j}$

$$\begin{cases} F_x\hat{i} = ma_x\hat{i} = mgsen\vartheta\hat{i} \\ F_y\hat{j} = ma_y\hat{j} = -mg\cos\vartheta\hat{j} + mg\cos\vartheta\hat{j} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_x = gsen\vartheta \\ a_y = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{d^2x}{dt^2} = gsen\vartheta & \to \text{il moto lungo l'asse x e' uniformemente accelerato} \\ \dfrac{d^2y}{dt^2} = 0 & \to \text{il moto lungo l'asse y e' rettilineo uniforme} \end{cases}$$

le condizioni iniziali al tempo $t = 0$ sono :

$$x(0) = y(0) = 0 \quad \text{e} \quad \mathrm{v}_x(0) = \mathrm{v}_y(0) = 0$$

→ **non c'e' mai moto lungo l'asse *y***

le equazioni orarie sono $\quad \mathrm{v}_x = gsen\vartheta \cdot t \quad$ e $\quad x = \frac{1}{2}gsen\vartheta \cdot t^2$

esprimendo v_x in funzione di x → $\quad \mathrm{v}_x = \sqrt{2gsen\vartheta \cdot x}$

ossia $\quad \mathrm{v}_x = \sqrt{\dfrac{2ghx}{l}} \quad$ dato che $\quad sen\vartheta = \dfrac{h}{l}$

per $x = l \quad \mathrm{v}_x = \sqrt{2gh}$

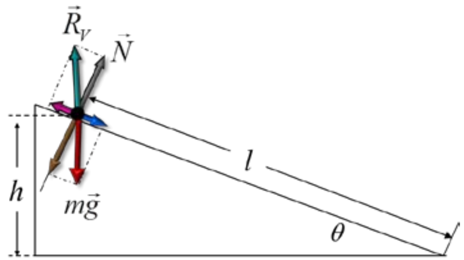
se il piano e' privo di attrito la velocita' con cui il corpo giunge al suolo e' la

stessa che avrebbe avuto se fosse caduto lungo la verticale

il tempo impiegato per giungere al suolo e' $\quad t_c = \sqrt{\dfrac{2l^2}{gh}}$

Caduta di un grave lungo un piano inclinato con attrito
(vincolo scabro)

la reazione vincolare $\vec{R}_V$ non e' piu' perpendicolare al piano perche' il piano si deforma elasticamente sotto il peso dell'oggetto



la deformazione del piano e' molto leggera, ma sufficiente per far si' che si manifesti una componente **- parallela -** alla superficie del piano inclinato

la componente normale alla superficie vale ancora $R_{V_y} = \left|\vec{N}\right| = mg\cos\vartheta$

ma ora e' presente anche un componente lungo l'asse x pari a

$\vec{R}_{V_x} = -\mu_s \left|\vec{N}\right| \hat{i}$ ossia $\vec{R}_{V_x} = -\mu_s mg\cos\vartheta \hat{i}$

dove μ_s e' il **<u>coefficiente di attrito statico</u>**

il corpo **non** si muovera' fino a che : $mg sen\vartheta \le \mu_s mg\cos\vartheta$

angolo limite : $\vartheta_{\max} = arctg\,\mu_s$

dal momento in cui il corpo si mettesse in moto entrerebbe in gioco l'attrito radente dinamico

$$\vec{F} = -\mu_d \left|N\right| \hat{i} = -\mu_d mg\cos\vartheta\ \hat{i}$$

$$ma_x = mg sen\vartheta - \mu_d mg\cos\vartheta \quad \Rightarrow \quad a_x = g(sen\vartheta - \mu_d\cos\vartheta)$$

sono possibili tre situazioni a seconda del valore del coefficiente di attrito dinamico e della inclinazione del piano

se $a = 0$ si ha :

$$a_x = g(sen\vartheta - \mu_d\cos\vartheta) = 0 \quad \Rightarrow \quad \mu_d\cos\vartheta = sen\vartheta$$

$$\mu_d = \frac{sen\vartheta}{\cos\vartheta} = tg\vartheta$$

esprimendo le possibili situazioni in funzione dell'angolo θ e di μ_d si ha

$tg\vartheta = \mu_d \qquad a = 0$ → moto rettilineo uniforme: il corpo scendera' lungo il piano muovendosi di moto rettilieo uniforme

$tg\vartheta > \mu_d \qquad a > 0$ → il moto rettilineo uniformemente accelerato lungo il piano

$tg\vartheta < \mu_d \qquad a < 0$ → si ha il moto rettilineo uniformemente decelerato e il corpo potenzialmente si fermera' anche prima di giungere al suolo

Backup slides