

Vincoli

per definizione un vincolo vieta certi tipi di movimenti e ne permette altri.
un "dispositivo vincolare" si realizza esercitando sul sistema fisico in oggetto un opportuno insieme di forze dette " **forze vincolari** ", o "reazioni vincolari"
tutte le forze che agiscono sul sistema in studio che non siano dovute alla presenza di un vincolo sono dette " **forze attive** "

i vincoli si possono suddividere in : **olonomi** e **anonomi**
un vincolo si dice olonomo se puo' essere espresso come $f(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_n, t) = 0$
un classico esempio di vincolo olonomo e' quello del corpo rigido
tutti i vincoli non esprimibili nel modo precedente sono detti anonomi
inoltre vi sono vincoli che dipendono esplicitamente dal tempo, detti **reonomi**, e altri che sono indipendenti dal tempo, detti **scleronomi**

Vincoli ideali

un qualunque dispositivo vincolare che sia in grado di impedire al sistema fisico in esame di effettuare i movimenti proibiti dal particolare tipo di vincolo
senza influire sugli altri movimenti permessi

e' detto " **vincolo ideale** " attenzione : i vincoli reali non sono mai perfettamente ideali
a priori le forze vincolari sono sconosciute dato che devono, cambiare a seconda delle forze attive agenti

nel caso di un punto materiale se si presenta un vincolo significa che alcune caratteristiche del suo moto sono conosciute e determinate dalla natura del vincolo
es. se un punto materiale e' vincolato a muoversi su di una linea cio' implica che la sua traiettoria sia nota
a priori pero' le forze vincolari sono sconosciute inoltre la reazione vincolare in casi statici puo' essere diversa da quella in casi dinamici,
es. attrito statico e dinamico

Spostamenti virtuali

si definisce spostamento virtuale infinitesimo $\delta \vec{r}_i$ dell' i-esimo punto del corpo una arbitraria variazione delle coordinate del punto
che sia compatibile con le forze ed i vincoli imposti al sistema al generico tempo t
uno spostamento virtuale si dice invertibile se anche lo spostamento opposto e'
uno spostamento virtuale
un vincolo per il quale esistano spostamenti virtuali non invertibili e' detto **unilaterale**
un vincoli per il quali tutti gli spostamenti virtuali sono invertibili e' detto **bilaterale**

Principio dei lavori virtuali

se in un sistema meccanico i vincoli sono tutti **ideali**, l'insieme delle forze vincolari compie un lavoro virtuale totale nullo per qualunque sistema di spostamenti virtuali invertibili dei punti di applicazione delle forze vincolari stesse

$$\sum_{i=1}^n \vec{f}_i \cdot \delta \vec{r}_i = 0$$

supponiamo che il sistema sia in equilibrio, ossia supponiamo che la forza totale \vec{F}_i agente su di ogni punto costituente il corpo sia nulla allora $\vec{F}_i \cdot \delta \vec{r}_i = 0$ e sommando su tutti i punti del sistema

$$\sum_{i=1}^n \vec{F}_i \cdot \delta \vec{r}_i = 0 \quad \text{cioe' all'equilibrio statico il lavoro totale virtuale del sistema e' nullo}$$

scomponendo la forza in forza attiva \vec{F}_i^a e forza vincolare \vec{f}_i

$$\sum_{i=1}^n \vec{F}_i^a \cdot \delta \vec{r}_i + \sum_{i=1}^n \vec{f}_i \cdot \delta \vec{r}_i = 0$$

Es. punto materiale appoggiato su di una superficie

se il vincolo e' ideale la reazione vincolare esercitata dalla superficie sara' sempre perpendicolare alla superficie stessa in quel punto, vincolo ideale → assenza di attrito

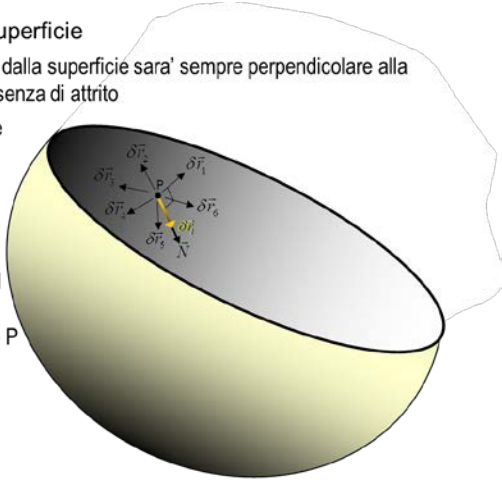
un possibile spostamento virtuale del punto materiale puo' essere fatto tangenzialmente alla superficie in quel punto ad esempio nella direzione di $\delta \vec{r}_i$ in questo caso il lavoro virtuale della forza vincolare sara' nullo

in generale uno spostamento virtuale tangenziale del punto materiale puo' avvenire in una qualunque direzione del piano tangente alla superficie nel punto P e' chiaro che :

- gli spostamenti virtuali tangenti alla superficie sono tutti invertibili
- per gli spostamenti virtuali tangenti alla superficie il lavoro virtuale delle forze vincolari sara' sempre nullo in quanto la reazione vincolare e' sempre perpendicolare allo spostamento virtuale

ma un possibile spostamento virtuale e' anche quello che muove il punto P allontanandolo dalla superficie verso l'interno, ossia dalla parte permessa dal vincolo in questo caso il lavoro delle forze vincolari non sarebbe nullo, ma e' evidente come questo spostamento virtuale **non** sia invertibile

in conclusione: il vincolo posto da una superficie impenetrabile e' unilaterale



Equazione simbolica della statica :

condizione necessaria e sufficiente affinché' un sistema meccanico

a vincoli **ideali bilaterali** sia in equilibrio

e' che si annulli il lavoro virtuale totale delle forze attive

per qualunque sistema di spostamenti virtuali

dei punti di applicazione delle forze attive stesse

$$\sum_{i=1}^n \vec{F}_i^a \cdot \delta \vec{r}_i = 0$$

Backup Slides