

- Gradi di liberta'

il numero dei *gradi di liberta'* di un determinato sistema meccanico

e' il *minimo* numero di parametri indipendenti necessari per individuare

e descrivere univocamente la configurazione del sistema

e si sottolinea *minimo* numero di parametri indipendenti

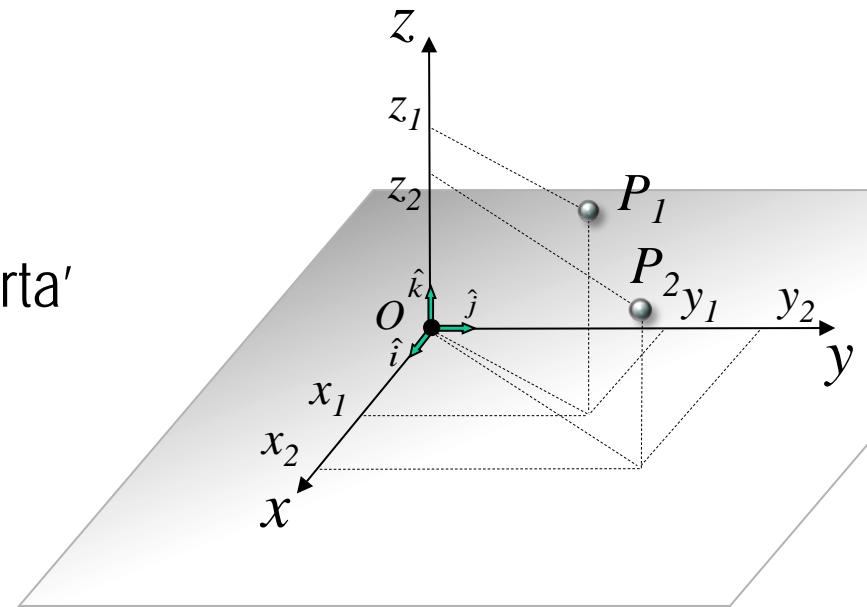
per individuare univocamente la posizione di un punto materiale

e' necessario fornire tre parametri

→ un punto materiale ha – **tre** – gradi di liberta'

se si opera in un sistema cartesiano i tre

parametri sono le coordinate cartesiane x_1, y_1, z_1



se i punti materiali liberi di muoversi indipendentemente tra loro

fossero due sarebbe necessario fornire – **sei** – coordinate

generalizzando

→ un sistema costituito da ***n*** punti materiali

indipendenti tra loro ha ***3n*** gradi di liberta'

un corpo esteso puo' essere scomposto in un numero

intero e finito ***n*** di punti materiali, ciascuno di massa ***m_i*** con ***i = 1, n***

in generale diversa da punto a punto del corpo

i corpi continui saranno descritti dalla densita' di massa ***ρ*** :

$$\rho(x, y, z) = \frac{dm}{dV}$$

- Vincoli

si definisce vincolo qualsiasi tipo di limitazione ai possibili movimenti di un sistema meccanico in altri termini ogni "*condizione restrittiva*" che limita le posizioni e/o le velocità di un sistema.

le "condizioni restrittive" sono espresse da equazioni e/o disequazioni (anche differenziali) tra le coordinate dei punti o i parametri che servono a individuare la posizione dei sistemi di punti

➤ la presenza di vincoli ha come conseguenza la riduzione del numero dei gradi di liberta' del sistema

- Corpo rigido

un "corpo rigido" e' un insieme di punti materiali le cui

distanze relative restino sempre fisse nel tempo

un sistema costituito da due punti vincolati a mantenere la distanza relativa fissa

ha cinque gradi di libert  e non sei come sarebbe se i punti fossero indipendenti

➤ tre gradi di libert , determinano la posizione del primo punto nello spazio

ad es. le coordinate cartesiane x_1, y_1, z_1 di P_1

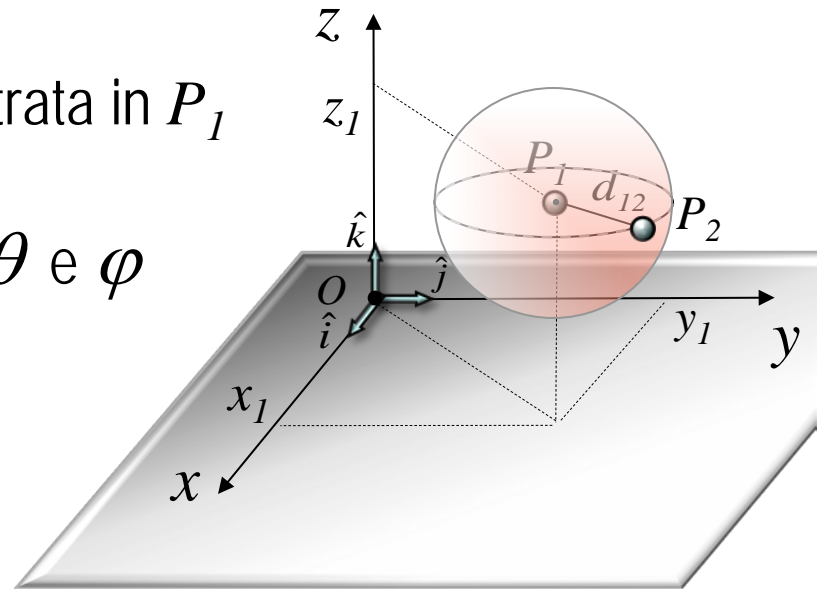
per effetto del vincolo di rigidit  il secondo punto P_2 puo' solo essere collocato

sulla superficie di una sfera di raggio d_{12} centrata in P_1

➤ solo due addizionali gradi di libert  ad es. θ e φ

sono sufficienti a determinare univocamente

la posizione del secondo punto nello spazio



se il sistema rigido e' costituito da **tre punti** il numero dei gradi di liberta'

nessari per descrivere il sistema sale, ma solo

fino a **sei** contro nove se i punti fossero indipendenti

➤ tre gradi di liberta' determinano la posizione del primo punto nello spazio

➤ due quella del secondo punto P_2

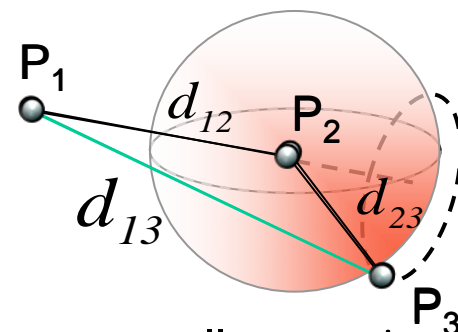
ma ora il terzo punto P_3 non e' piu' libero di collocarsi sulla superficie di una sfera

centrata in P_2 di raggio d_{23} perche' cambierebbe la distanza d_{13}

e cio' e' impedito dal vincolo di rigidita' dunque il terzo punto P_3 puo' solo

ruotare intorno all'asse che va da P_1 a P_2 e un solo grado di liberta'

addizionale e' necessario

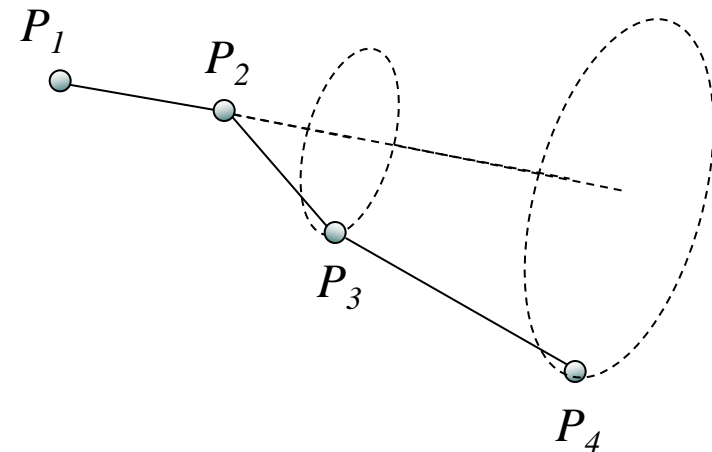


se il sistema rigido fosse costituito da quattro punti, il numero dei gradi di liberta' necessari per descrivere il sistema rimarrebbe fisso a sei
non occorreranno ulteriori gradi di liberta' per determinare la posizione del quarto punto

perche', per effetto del vincolo di rigidita', la posizione di P_4

e' gia' fissata univocamente una volta nota

la posizione di P_3



aumentando ulteriormente
il numero di costituenti il
sistema rigido
il numero dei gradi di liberta'
necessari per descrivere il
sistema non cambia

9

in conclusione

un corpo rigido costituito da $n \geq 3$ punti che sia :

- libero di muoversi nello spazio, ossia non soggetto ad altri vincoli oltre a quelli di rigidità, ha **sei gradi di libertà**
- vincolato ad avere un punto fisso nello spazio ha **tre gradi di libertà**
- vincolato ad avere due punti fissi nello spazio → rotazioni attorno ad un asse ha **un solo grado di libertà**

Backup Slides